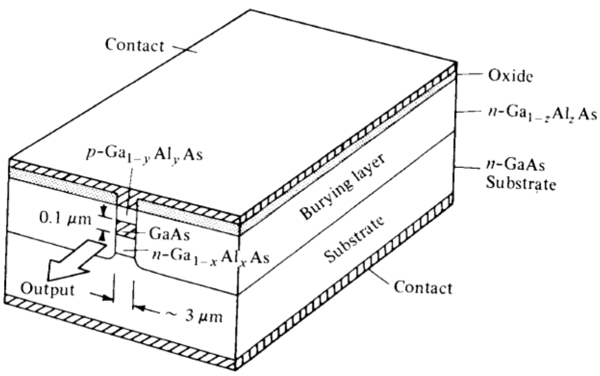
6. 半導体レーザーの発振

pn ヘテロ接合を通して電流を流すと、接合面付近で電子-正孔対の再結合による発光が起きる。発光ダイオード（LED）は発振現象を用いないから、デバイスの理解としては、再結合発光の効率、電気的エネルギーから光への変換効率を考えるだけである：効率化のためには直接遷移型の半導体材料を用いるなど物性面の考慮を必要とする。LED は，発光効率はよいが、発光スペクトルはかなり広がり、出力波形や波面の制御を厳しく問題にする用途には向かない（分散が問題になったり、広い部分から波面がそろわない光が出てくるので集光性が悪いなど、光の質が不充分である）。しかし、制作の工程数が少ないので価格が安いのが大きな利点である。

半導体レーザー（LD）では、質の高い光を得るために発振現象をつかう。一般に、増幅現象（誘導増幅：吸収の逆過程）がある媒質中で信号に正帰還（通常は共振器内の光の往復）をかけると発振に至る。光の場合にはレーザー発振が実現する。LD 中の増幅は、光が共鳴する遷移の反転分布による。増幅が損失を超えるまでは、励起をしても発振は起きず、蛍光が出るのみである。励起がしきい値を超えると発振が起き、そこから先は励起を強くした分だけレーザー光強度が増加する。発振が起きるには、十分なキャリヤ密度があることと、その活性領域と光のモード体積が効率よく重なることが必要になる。

実用的な LD の構造としては、たとえば GaAs の活性層を p-AlGaAs と n-AlGaAs で挟む、ダブルヘテロ構造をつくる。活性層としては相対的にバンドギャップの小さな材料を選び、キャリヤをそこに集める：活性層の厚みを拡散長よりも小さくとれば、小さな電流で大きなキャリヤ密度が実現する。さらに、活性層として屈折率の大きな材料を選び、導波路構造をつくって光も集める：こうして発光領域と発振体積を重ねる。横方向にもキャリヤと光を集中させる構造、すなわち埋め込みヘテロ構造をとることも多い。



LD の発光波長帯は、基本的には材料の選択による。波長の微調整として，キャリヤ密度と屈折率が関係するので実効的な共振器長が変わり、電流注入量により波長を変えることができる。また、温度を変えると共振器長が変わる現象を利用して波長を変化させることもできる。

典型的な半導体レーザーの大きさは、活性領域の厚さが 0.1μm 程度、幅が 1-20μm 程度、長さが 100-500μm 程度である。

レート方程式による発振のモデルをたてよう。レート方程式では、反転分布数と光のエネルギー密度(＝光子数密度)だけに注目し、放出される光は最初から完全にコヒーレントなものと仮定する。半導体レーザーについて、レート方程式を具体的に書き表す：

1．電流注入がない状態では半導体は光を吸収する。電流注入が行われ、キャリヤの密度が N_C になると光の増幅が始まるが，光は共振器から逃げ出すなどして失われるプロセスが常に共存する。さらにキャリヤ密度が上がって増幅が損失に打ち勝つと，発振が起きる。

2. 活性領域に注入される全電流を I、活性領域の体積を V とする。レーザー光のモードの空間的広がりと、活性領域とが完全に一致すると仮定する（この仮定がないと，LD への注入電流と出力光の関係の比例定数が決まらない)。注入されたキャリヤ密度 N が(有効な光放出をしないで)失われる時定数を τ とする。レーザー光のエネルギー密度を光子数密度で表し P とする(空間的には一様とする)。このとき、正味の誘導放出による増幅が単位時間に単位体積中で起きる割合が $A(N-N_C)P$ である。(これ以外に蛍光放出があるが、無視した。ここで係数 A は、アインシュタインの B 係数に光子のエネルギー hν を乗じたものであるが、結局は実験的に定めることになるから、単なる増幅係数であると思っておく。)

$$\frac{dN}{dt}=\frac{I}{eV}-\frac{N}{\tau}-A(N-N_C)P \qquad \text{....（6.1）}$$

3. 光子数密度が、吸収や散乱、あるいは外部への取り出しなどで失われる時定数(photon lifetime)を τ_p とする。

$$\frac{dP}{dt}=A(N-N_C)P-\frac{P}{\tau_p} \qquad \text{...（6.2）}$$

光分布とキャリヤの分布が完全に一致するとした。

問1. 上のモデルを使って、発振に必要な注入電流のしきい値 I_{th} を決定せよ。また、定常発振のパワーを解析せよ。具体的な手順として：

(i) しきい電流以下の定常状態を仮定し(6.1)の左辺をゼロとおく。$I< I_{th}$ ではレーザー光がないから $P=0$ とする。このとき I と N の関係を求めよ。

(ii) しきい電流以上の定常状態について、(6.2)から N を求めよ。N は注入電流 I を増やしても変化しないが、これは何を意味するか、また I_{th} を決定する式を求めよ。

(iii) (ii)の結果を、定常発振をしているときの(6.1)に代入し $P\propto(I-I_{th})$ の関係がなりたつことを示せ。

(iv)代表的なパラメータ値として、N_C ～1.55 x 10^{18} cm^{-3}、A ＝ 2 x 10^{-6} cm^3/s、τ～

10^{-9} s、$\tau_p \sim 10^{-12}$ s を用いると、I_{th} はどれほどか。ただし活性領域は V = 0.1 μm × 2 μm × 200 μm とする。

(v) 次に、このレーザーに 30 mA 注入すると、得られるレーザーパワーは共振器内でどれほどか。発振波長が 0.8 μ(真空中)、屈折率を n = 3.5 とする。パワー密度はどれほどか。外部に取り出されるパワーはどれほどか。

問２．同じレート方程式のモデルにより、半導体レーザーを直接変調したときの周波数応答を解析せよ。（接合の電気容量などで決まる応答は非常に速いものとして、考慮から除外している。）具体的な手続きとしては：

(i) I_0, N_0, P_0 で定常発振をしているときに、

$$I = I_0 + ie^{j\omega t}、\ N = N_0 + ne^{j\omega t}、\ P = P_0 + pe^{j\omega t}$$

ただし、この項に限り、注入電流の変調成分を i、純虚数を j と書く。これらを(6.1)（6.2）に代入して得られる、変調成分に関するレート方程式(時間微分 $\frac{d}{dt}$ は $j\omega \cdot$ になる)を記せ。

(ii) 小信号応答 $\frac{p(\omega)}{i(\omega)}$ の式を求め、変調特性を論じよ。特に、問１の数値について、どんな範囲の周波数で応答がフラットになるか。応答特性がフラットな周波数範囲を広げるには、どのパラメータをどのように変化させるとよいか。その物理的な内容はなにか。

(iii) 応答特性のピークはどんな周波数で与えられるか。この周波数付近では、どんな物理現象が起きているか(参考：緩和発振)。