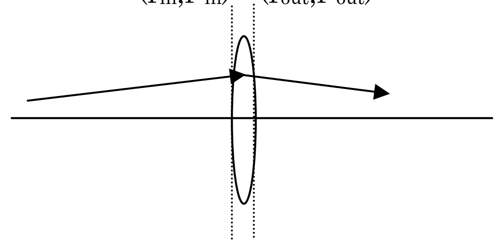
１．幾何光学による光線の追跡

焦点距離　f　のレンズ

$(r_{in}, r'_{in}) \rightarrow (r_{out}, r'_{out})$



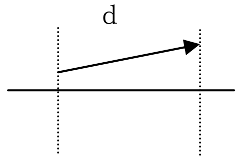
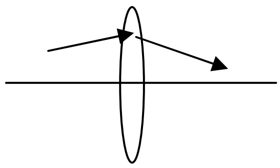
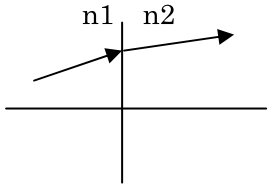
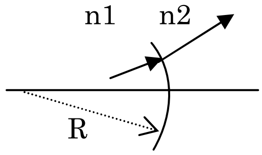
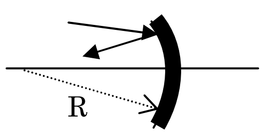
軸対称の光学系の近軸光線を考える。位置 z における光線の位置が軸から r 、傾きが $r' = \dfrac{dr}{dz}$ であるとする。

レンズの公式 $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{f}$ を思い出せば、焦点距離 f のレンズを通過する前後で

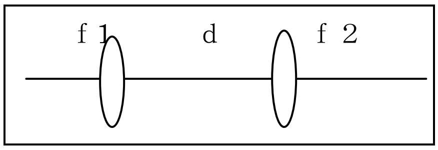
$$\begin{aligned} r_{out} &= r_{in} \\ r'_{out} &= r'_{in} - \frac{r_{in}}{f} \end{aligned} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} r_{out} \\ r'_{out} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{-1}{f} & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r_{in} \\ r'_{in} \end{pmatrix} \equiv \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r_{in} \\ r'_{in} \end{pmatrix}$$

であることが分かる。

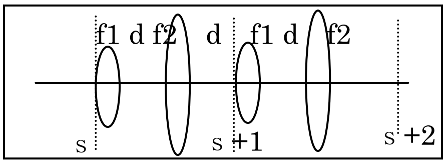
表１　　　光学のエレメントを通過するときの ABCD 行列

自由空間を通過 距離　d		$\begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
レンズを通過 焦点距離　f 凸：f>0　凹：f<0		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{-1}{f} & 1 \end{bmatrix}$
平面の界面を通過		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \dfrac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$
球面の界面を通過 球面の曲率が R		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{n_2 - n_1}{n_2 R} & \dfrac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$
球面鏡で反射 球面の曲率が R		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{-2}{R} & 1 \end{bmatrix}$

問１．表１を求めよ。



問２．図のような光学系について、f_1から入射して f_2 から射出するまでの ABCD 行列を求めよ。平行光線のビーム径（光のビームの中心が光軸に一致するとし、ビームの一番外側を走る光線をトレースする）を半分にするには、 f_1, f_2, d をどのように調整すべきか。



問３．図のような 2 重周期をもつ無限のレンズ列がある。

⑴ 1 周期分の ABCD 行列を求めよ。

⑵ この ABCD 行列を用いて入射面sから$s+1$へ、$s+1$面から$s+2$面へと光線がリレーされる。sにおける光線の位置をr_sとしたとき、r_s, r_{s+1}, r_{s+2}の間に成り立つ関係(漸化式)を求めよ。ただし、光線の傾きがその関係の中に現れてはならない。行列要素はA, B, C, Dという記号のままでよい。

⑶ $r_s = r_0 e^{iks} = r_0 \exp(ik \cdot s)$という形を想定せよ（$i = \sqrt{-1}$）。これを漸化式に代入して$e^{ik}$が$A, B, C, D$を使ってどのように表されるか調べよ。式を簡単にするため、（1）で求めた関係式から$AD - BC = 1$となることを（確認した上で）用いよ。

⑷ sがどんどん大きくなるとき$r_s = r_0 e^{iks}$がどのような挙動を示すかについてせよ。このとき，光線が光軸付近に閉じ込められたまま伝達される（すなわち安定）かという視点が重要である。ヒント：$|A + D|$と２の大小関係で分類できる。

⑸安定な条件を f_1, f_2, d で書くとどのようになるか。

⑹以上は凸レンズをつなげた場合であったが、2 つの凹面鏡を対向させて光共振器をつくり、その中を光が繰り返し反射されるときにも全く同じ議論ができる。凹面鏡の曲率半径をR_1, R_2、鏡の間の距離をdとすると、安定な共振器の条件はどのように表されるか。