2　媒質中の音速　１

注射器や自転車の空気ポンプの出口をふさいでピストンを押し込むと反発力を感じる.
空気は圧縮するともとの大きさにもどろうとする.
バネの復元力が振動を起こし，波を伝えるのと同様に，空気も波を伝える.
波の速さは，空気がもとの体積にもどろうとするときの力と，空気の密度によって決まる.
さまざまな物質で，それがもとの体積にもどろうとする程度を表す一つの量に体積弾性率がある.
以下，体積弾性率の定義をする.
まず，注目する量は，音がないときに印を付けた部分の体積である.
この体積は，音波が伝わると変化し，その部分の圧力と密度が変化する.
体積変化によって「発生する圧力÷体積の変化率」　を，体積弾性率という.
これは，バネ定数＝「復元力÷長さの変化」に相当する量である.
バネ定数はバネの振動数に関係し，バネを伝わる波の速さに関係することは想像できる. 同様に
体積弾性率は，流体や固体を伝わる波の速さに関係する重要な量となる.
つぎに，体積弾性率を式で表す.

[座標軸と変位を表す量]

１．媒質中を x 軸正方向に伝わる縦波の音波がある.
２．音波がないときに媒質内部の点に目印をつけると，音波が来たときその点は x 軸方向に振動して変位する.
３．変位の大きさを y とすると，yが波の量である（yと記しても，x軸方向の変位である）：　$y(x,\,t)$

[*変位* $y(x,\,t)$ と圧力変動]

４．x軸方向に伸びる断面積 S の円筒を考える. 円筒内部は媒質が満ちている.
５．音波がないときの円筒の長さを Δx　とする. 体積は$V\ =\ S\Delta x$である.
６．音波があるとき，時刻 t において，円筒の左端の位置 x にあった媒質（の印）は $y1\ =\ y(x,\,t)$ だけ変位し，
　右端の位置*位置* $(x+\Delta x)$ にあった媒質（の印）*は* $y2=y(x+\Delta x,\,t)$ *だけ*変位する.
７．　$y2\ >\ y1$ ならば円筒の体積は増加して圧力は下がり，
　$y2\ <\ y1$　ならば体積が減少して圧力が増加する.
　$y2\ =\ y1$ ならば円筒は右か左に移動しただけで，体積変化は無く圧力も変動しない.
　「圧力の変動」は媒質中の隣り合う 2 点間の「変位の差」に起因する.

[体積弾性率の定義]

８．円筒の体積変化ΔVは，

$$\Delta V\ =S\left(y2\ -\ y1\right)\ =\ S\cdot[\,y(x\ +\ \Delta x,\,t)-y(x,\,t)\,]$$

９．円筒の厚み 0 とする極限，すなわち　$\Delta x\ \to\ 0$　のとき，

　「体積の相対変化」 $\frac{dV}{V}$　は

$$\frac{dV}{V}=\lim_{\Delta x\to 0}S\cdot\frac{y\left(x\ +\ \Delta x,\,t\right)-\ y\left(x,\,t\right)}{S\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{y\left(x\ +\ \Delta x,\,t\right)-\ y\left(x,\,t\right)}{\Delta x}$$

$$=\ \partial x\quad y(x,\,t)$$

すなわち，変位のxによる偏微分係数と等しい.

１０．$B = (-1) \times \frac{p}{\frac{dV}{V}}$ を　**体積弾性率**(bulk modulus）といい，B と略すことが多い.

p は，音波がないときの圧力からのずれ，圧力変化を示す.

負号は，体積が減るとき（$dV < 0$）に圧力の変化が正となり，Bが正となる

１１．体積弾性率は，バネ定数の親戚にあたる.

バネ定数は同じ材質でもバネの長さに反比例する(バネを直列につなげると，バネが弱くなる).

バネ定数にバネの長さをかけると，バネ長さによらないバネの性質を表せる.

これが体積弾性率の定義と同じになる.

体積弾性率の大きさ ＝[圧力変化]÷[(圧力変化による体積の変化分 dV)÷(もとの*体積*V)]

＝ [圧力変化] ÷[圧力変化による体積の*変化分*dV] ×[もとの体積]

[圧力変化を体積弾性率と変位により表す]

１２．　$B = -V\frac{p(x,t)}{dV}$であり，♯9 の結論を用いると

$$p(x,\ t) = -B\,\partial x\, y(x,\ t)$$

となる。負号があるので，右辺が正（円筒の長さが増える）と，圧力が減少する.

体積弾性率の数値例

空気（１気圧）・・・・・$1.4\text{x}10^5$　Pa

水（１気圧、20゜C）・・$2.06\text{x}10^9$　Pa

たとえば

空気の体積を 1/100 だけ圧縮したとき，圧力の変化は

$p = (1.4\times10^5)\ (1/100) = 1.4\times10^3$ Pa

標準大気圧が 約 10^5 Pa なので，この圧力変化は 1/100 気圧に相当する.

3　問１

(1) $PV = nRT$: P 圧力，V 体積，　n モル数，　R　気体定数，T　絶対温度

・圧縮による圧力の変化分を小文字を用いてpと書く：圧縮前 $= P \rightarrow$ 圧縮後 $= P + p$ (膨張なら$p < 0$)

・この圧縮による体積変化をΔVとする：圧縮前$=V \rightarrow$ 圧縮後 $= V - \Delta V$ (膨張なら $\Delta V < 0$)

・題意により等温変化とするから$T =$ 一定.

よって，圧縮により圧力と体積が変化してもそれらの積が一定となる：

$$(P + p)(V - \Delta V) = PV = nRT$$

左辺を展開して中辺と等しいとおき，微少量 pとΔVの 1 次までを採用する近似を行うと

$$pV - P\Delta V = 0$$

この関係を体積弾性率 B の定義$B = \frac{p}{\frac{\Delta V}{V}}$に代入して整理すると

$$B = \frac{p}{\frac{\Delta V}{V}} = \frac{p\,V}{\Delta V} = P$$

ボイル・シャルルの法則に従う気体の等温変化では，体積弾性率とそのときの圧力が一致することが分かった.

(2)前問から

$$B = \frac{p}{\frac{\Delta V}{V}} = \frac{p\,V}{\Delta V} = P = 1 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$$

体積を 1%だけ変化させたときの圧力変化は

$$p = B\frac{\Delta V}{V} = (1 \times 10^5\ \mathrm{Pa})(0.01) = 1 \times 10^3\mathrm{Pa}\left(= \frac{1}{100}\text{気圧}\right),\ \frac{p}{P} = \frac{p}{B} = \frac{\Delta V}{V} = 1\%$$

この結論は，等温変化の式PV=一定，よって$(P + p)(V - \Delta V) = PV \rightarrow pV = P\Delta V \rightarrow \frac{p}{P} = \frac{\Delta V}{V}$から確認できる.

(3) シリンダー内の体積を変える前の状態では，ピストンの内と外から大気圧Pが加わりつりあっている．体積が変化した状態では，ピストンを外側から押す力F（大気圧からの変化分）と，シリンダー内の空気の圧力の増加により変化した力pSが等しい.

シリンダーの長さがΔL変化したときの圧力変化pと，体積変化$\Delta V = S\Delta L$の関係を体積弾性率で結びつけると，

$$F = S \times p = S \times B\frac{\Delta V}{V} = S \times B\frac{S\Delta L}{SL} = SB\frac{\Delta L}{L}$$

この関係式をバネの復元力の式と見ると，$k = F/\Delta L$がバネ定数に相当する量である：

$$k = \frac{F}{\Delta L} = \frac{S}{L}B = \frac{1\ \mathrm{cm}^2}{10\ \mathrm{cm}} \times 10^5\mathrm{Pa} = \frac{10^{-4}\mathrm{m}^2}{10^{-1}\mathrm{m}} \times 10^5\mathrm{Pa} = 10^2\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{m} = 10^2\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\mathrm{m} = 10^2\ \mathrm{N/m}$$

4 気体・液体中の音速　２

変位と密度の関係

サイン波の縦波の音波が波数 k, *振動数* ω　で進行するとき，各点の変位は $y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$.
媒質の体積弾性率　B　を用いると，圧力変動は　$p(x,t) = -B\,\partial x\quad y(x,t) = B\,k\,A\sin(kx - \omega t)$.
すでに学んだことだが，縦波の変位と圧力（または密度）の変化は，位相が 90 度（1/4 波長）ずれることが示された.
圧力変動の波の振幅 ρmax を，変位の振幅 A により書くと，$\rho max = k\,B\,A$. すなわち，変位の振幅を $k\,B$ 倍したものである.

5　問２

波数$k=\frac{\omega}{\mathrm{c}}=2\pi\frac{\nu}{c}=2\pi\times\frac{10^3}{340}\ \mathrm{m^{-1}}$，体積弾性率$B=10^5\ \mathrm{Pa}$，圧力変動の振幅$p=3\times10^{-5}\ \mathrm{Pa}$，変位の振幅$A$

$$p=kBA\ \ \rightarrow\ \ A=\frac{p}{kB}=\frac{3\times10^{-5}}{2\pi\times\frac{10^3}{340}\times10^5}=0.15\times10^{-10}\mathrm{m}=1.5\times10^{-11}\ \mathrm{m}$$

この変位の大きさは，原子の大きさよりも小さい！

6 断熱変化の体積弾性率

媒質が膨張や収縮すると，外部と仕事のやりとりが行われる.
このとき，媒質の温度が変わらないとすると，出入りした仕事に応じて，熱の出入りがなくてはならない.
熱伝導で熱の出入りが起きるとき，熱は比較的ゆっくりと移動する.
音波の振動が十分に速いとき，熱の伝達が間に合わない.
熱が伝わるより速く，音による圧縮と膨張が起きるので，熱の流入出がないとしたほうが現実に近い.
断熱的な気体の変化は，比熱比 γ を用いて，$PV^{\gamma}=$一定　を満たしながら起きる.
γの値は，定圧比熱と定積比熱の比であるが，気体分子の内部自由度によって変わる.
空気のように，酸素や窒素という２原子分子から成る気体では，$\gamma\sim 1.4$となる.
断熱的な体積弾性率の定義は，

$$B = -\frac{p}{\frac{dV}{V}}$$

であるが，p　が圧力の変化分を表すので，これを dP と書き直すと

$$B = -\left(\frac{dP}{dV}\right)V$$

となり，断熱変化の式を用いて微分 $\frac{dP}{dV}$ を計算し，Vでわると

$$B = \gamma P$$

を得る.
断熱的な体積弾性率は，等温的なそれの γ 倍になる.
空気の体積弾性率は　$B=1.4\times10^5$ Pa となる．これは実験値とよくあう.

7 媒質中の音速 3

波動方程式から音速を求める

[波が進む方向に伸びる円筒に注目]

１．円筒の断面積をS

２．音波が来ないとき，円筒の左端の座標が x ，右端の座標が$x+\Delta x$

３．左右両端に印を付け，音波が来たときにどれだけ変位したかを，*それぞれ*$y(x, t)$, $y(x + \Delta x, t)$で表す.

４．y が縦波の量となる.

５．円筒内部には媒質が満ちていて，媒質の密度をρとすると，円筒の*質量*Δmは

$$\Delta m = S\,\Delta x\,\rho$$

となる.

[円筒の運動方程式]

６．音波が来ると，円筒はx軸方向に振動する.

７．加速度は（左端と右端では異なるが，後に$\Delta x \to 0$ の極限をとるので），左端の加速度で代表させると，

$$\partial tt\, y$$

すなわち変位の時間による２階微分である.

８．円筒には

$$質量\times加速度 = (\rho S\,\Delta x)\,\partial tt\, y$$

なる力が加わっているはずである.

９．円筒に加わる力は，左側の断面に加わる正方向の圧力と，右側の断面に加わる負方向の圧力により生じる.

この力をΔFとすると

$$\Delta F = S\{p(x, t) - p(x + \Delta x, t)\}$$

１０．よって，運動方程式

$$S\{p(x, t) - p(x + \Delta x, t)\} = \rho S\,\Delta x\,\partial tt\, y$$

を得る.

[円筒が薄くなった極限の運動方程式]

１１．運動方程式の両辺を*（Sと）Δxで割って* $\Delta x \to 0$ の極限を求めると

$$\{p(x, t) - p(x + \Delta x, t)\}/\Delta x \to -\partial x\, p$$

となるから

$$-\partial x\, p = \rho\,\partial tt\, y$$

を得る.

１２．体積弾性率の式から

$$p = -B\,\partial x\, y$$

を薄い極限の運動方程式の左辺に代入すると

$$B\partial xx\, y = \rho\,\partial tt\, y$$

よって

$$\partial xx\, y - (\rho/B)\,\partial tt\, y = 0$$

という 縦波の音波の変位 y についての波動方程式を得る.

１３．縦波の音波の速さ c は，体積弾性率 B と媒質の密度ρを用いて

$$c = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

となる．

Bは圧力と同じ次元をもち， ρは質量/体積の次元をもつので，$\sqrt{\frac{B}{\rho}}$は速度の次元をもつ．

空気の密度を　ρ=1.3 kg/m^3

体積膨張率を　B ＝1.4 ×10^5 Pa

として，音速を計算すると

$$c = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{(1.1 \times 10 5)}\ \ \mathrm{m/s} = 330\ \mathrm{m/s}$$

8 音の強度

進行波の音波はエネルギーを運ぶ.

音波により運ばれるエネルギーを表すのに，波の強度 I （intensity）を用いる.

音波の強度は「波が進む向きと直交する単位面積を通過する単位時間あたりの平均エネルギー」である.

以下，音波の強度を，変位の振幅（あるいは圧力振幅）で表す.

１．x軸正方向に進むサイン波の音波による媒質の変位　$y(x,t)$，圧力変動 $p(x,t)$　は

$$y(x,\ t)\ =\ A\cos(kx-\omega\ \boldsymbol{t})$$

$$p(x,\ t)\ =\ BkA\sin(kx-\omega\ \boldsymbol{t})$$

２．波がエネルギーを伝えるプロセス

x 軸に垂直な断面 S が，x 軸正方向に y だけ移動するとき，右側の媒質に力 $F\ =\ p\,S$ を及ぼしているならこの断面Sは右側に$F\,y$の仕事をしてエネルギーを伝える.

３．波の強度

音波の圧力（したがって力）が時間的に変化するので，ある瞬間の仕事率に注目する方がわかりやすい.

断面が右側の部分に与える仕事率は，力×移動速度

$$F\,\partial t\,y$$

これを S で割り，単位面積あたりの仕事率（power）

$$p\ \ \partial t\,y\ \ =\ B\,k\,A\sin(kx-\omega\ \boldsymbol{t})\ \ \times\ \ \omega A\sin(kx-\omega\ \boldsymbol{t})\ =\ \omega kBA2\sin2(kx-\omega\ \boldsymbol{t}$$
)

に注目すればよい.

この量が，媒質中のある位置・時刻$(x,\ t)$における波の強度の瞬時値である.

波の強度の瞬時値 ＝ 単位面積あたりの仕事率 ＝ 単位面積あたり，単位時間あたりの，伝わるエネルギー

強度は，パワー密度とも言う．単位は [W/m²]

４．強度の時間平均

音波の強度　I　は，強度の瞬時値を１*周期*$T\ =\frac{2\pi}{\omega}$ にわたって平均した値と定義される.

$sin2(kx-\omega t)$ の 一周期にわたる平均は$\frac{1}{2}$　だから，

$$I\ =\frac{1}{2}B\omega k\ A2$$

$\omega=\ kc$　*および*$c2\ =\frac{B}{\rho}$ という関係を用いると

$$I\ =\frac{1}{2}\sqrt{\rho B}\ \omega2\ A2$$

この式から，サイン波の音波の強度は，

振動数の２乗に比例し，

振幅の２乗に比例する

ことが分かる．たとえば，ステレオの低周波数用のウーファが高周波数用のツィータより大きな振幅で振動しないと，同じ強度の音が出せないことが分かる。

圧力変動の振幅　$pmax\ \ =\ \ BkA$　*と*　$\omega\ \ =\ \ kc$　を用いて

$$I = \frac{1}{2}\omega BkA2 = \frac{1}{2}(kc)\frac{(BkA)2}{Bk} = \frac{1}{2}c\frac{pmax2}{B}$$

さらに$c2 = \frac{B}{\rho}$ を用いると

$$I = \frac{pmax2}{2\rho c} = \frac{pmax2}{2\sqrt{\rho B}}$$

これらの式から，同じ強度をもつサイン波の音波では

振動数によらずに圧力振幅 $pmax$が等しい

ことがわかる．だが

変位の振幅 A は周波数により異なる．

音波を圧力変動で表すことの必然性がここにある

ある面を通過する音波の強度が面の上で一様なら，この面を通して音波によって運ばれるパワーは，強度と面積の積になる．

普通の音量で会話するとき一人の人が出す音のパワーの平均値は 10^{-5} W 程度であり，

大声で叫ぶときは 3×10^{-2} W 程度である．

音源から３次元的に四方八方へ一様に音波を出すとき，

音源からの距離 r が増すと逆二乗則に従って，$\frac{1}{r2}$ に比例して強度が減る．

すなわち逆二乗則に従って減衰する．

屋内では逆二乗則は適用できない．

なぜなら壁や天井で反射した音が聞き手に届くからである．

講堂を設計する建築家は，これらの反射を利用して，音ができるかぎり講堂全体にほぼ等しい強度となるようにする．

9 問３

「気体中の音速 2」で学んだように，媒質の体積弾性率B，サイン波の音波の波数k，音波による変位の振幅Aのとき音圧は

$$p = kBA$$

である．これと，音の平均強度の式

$$I = B\omega k\, A^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)$$

から振幅を消去し，音速を$c\left(=\frac{\omega}{k}\right)$と書くと

$$I = B\omega k \left(\frac{p}{kB}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\frac{\omega p^2}{kB} = \frac{1}{2}\frac{c}{B}p^2$$

一方，音の強さIの dB 表示は，第 8 回で学んだように，基準とする強さがI_0のとき$10 \times \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$と計算するので

$$10 \times \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \times \log_{10}\left(\frac{p}{p_0}\right)^2 = 20 \times \log_{10}\left(\frac{p}{p_0}\right)$$

である．題意のように$p_2 = 10 \times p_1$のとき，dB で表示した量は

$$10 \times \log_{10}\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 20 \times \log_{10}\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 20 \times \log_{10} 10 = 20$$

となり 20 dB 変化する．

(b) 音の強さが 60 dB 大きいのだから，音圧は$60 \div 20 = 3$桁大きい．

$$3 \times 10^{-5}\mathrm{Pa} \times 10^3 = 3 \times 10^{-2}\mathrm{Pa}$$

10　気柱の共鳴　１
定在波の発生

有限の長さの管に入った空気（気柱）を縦波の音波が伝わるとき，管の両端で波が反射される．
互いに反対向きに進行する波の重ね合わせが定在波をつくる．
この定在波は管の長さによって決まる特定の波長（振動数）をもつ．
これが人間の声や木管，金管，パイプオルガンを含む多くの楽器の動作原理である．
管楽器は管内の共鳴の結果として音を出す．
たとえば，トランペットの場合，マウスピースにあてた唇の振動が空気の振動となり，それがトランペットの管内の空気を共鳴させて音がでる．
パイプオルガンでは，管の一端の鋭いナイフの刃のような部分に空気を吹きつけると渦の列ができ音となり管内の空気を共鳴させる．
クラリネットのようなリード楽器の場合，マウスピース内のリードの振動が管内の空気を振動させ共鳴させる．
共鳴の原理はすでに学んだが，ブランコに乗った子どもをもう一度考えよう．
１．ブランコには固有の振動数がある．
２．外部から周期的に加える力の振動数をブランコに固有の振動数と同じにして，ブランコが同じ位置に戻るたびに，動く向きに押すと振幅は非常に大きくなる．
３．音の共鳴でも同じことが起きる．気柱には固有の振動数があり，そのどれかの振動数で管内の空気を振動させると非常に大きな音が出る．
気体の音波は，気体の変位だけでなく圧力によっても記述でき，両者の位相が 90 度異なる．
以下，混乱を避けるために，気体の変位が 0 となる点を変位の節(ふし，node)，　最大の変位となる点を変位の腹(はら，antinode)と言う．
気柱の音波の定在波を見せるためにクントの管(Kundt’s tube)がある．
１．　これは 1 メートル程度のガラスの管で，一端が閉じてあり，他端には振動を伝えるための柔軟な膜が張ってある．
２．オーディオ発振器と増幅器でスピーカーをならして音波をつくり，これで膜をサイン関数的に振動させる．振動数は可変である．
３．管内の底面には軽い粉を一様に少量ばらまいておく．
４．音の振動数を変えていくと，ある箇所では粉が飛ばされて無くなる状況が見えるほど気体の運動が激しくなるところがある．
５．このとき粉は変位の節（気体が動かない箇所）に集まる．その隣の節までの距離は $\lambda/2$ であり，波長を測定することができる．
６．波長が分かれば，実験により音速 c の測定ができる．すなわち，発振器の振動周波数の読み f と波長 λ から $c=\lambda f$

11 気柱の共鳴　2

基本振動数（基音）と倍音

一端が閉じた管の共鳴

閉じた端で反射してきた音にスピーカーから出る音が重なり強まるとき気柱の共鳴で定在波ができる.

管の閉口端で波はいつも節となりスピーカーのところで腹となる.

管が共鳴する最低の振動数がその基本振動数νである.

さらに3ν, $5\nu, 7\nu$などで共鳴が生じる.

1. 基本振動数(fundamental frequency) νの定在波のパターンでは管の閉口端とスピーカーの距離が$\frac{1}{4}\lambda$となる（節とすぐ隣の腹との距離）.

   すなわち, eをスピーカーと開口端の距離（開口端補正）として

$$L+e=\frac{1}{4}\lambda$$

   である.

   管内の音速をc, 基本振動数における管内波長をλとして

$$\nu=\frac{c}{\lambda}=\frac{c}{4(L+e)}$$

   である.

2. 振動数が3ν, 5ν, 7νなどの倍音は, スピーカーで腹, 閉口端で節となり, その間に 1/4 波長が奇数個ある定在波である.

・3 倍音の波長をλ_3として, $L+e=\frac{3}{4}\lambda_3$だから振動数は$3\nu=\frac{c}{\lambda_3}=\frac{3c}{4(L+e)}$

・5 倍音の波長をλ_5として, $L+e=\frac{5}{4}\lambda_5$だから振動数は$5\nu=\frac{c}{\lambda_5}=\frac{5c}{4(L+e)}$

・7 倍音の波長をλ_7として, $L+e=\frac{7}{4}\lambda_7$だから振動数は$7\nu=\frac{c}{\lambda_7}=\frac{7c}{4(L+e)}$

両端が開いた管の共鳴

共鳴が起きるのは, スピーカーからの音が他端に到達すると部分的に反射するからである.

反射波がスピーカーから出た波と重なり強めあって管内に定在波をつくる.

どのパターンも両端で腹となる.

共鳴が起きる一番低い振動数すなわち基本振動数νでは管の長さがちょうど半波長となる.

これは隣り合う腹の間の距離である.

基本振動数の波長をλとすると, 共鳴の条件は両端で開口端補正をするので $\frac{1}{2}\lambda=(L+2e)$となる. よって

$$\nu=\frac{c}{\lambda}=\frac{c}{2(L+2e)}$$

倍音は$2\nu, 3\nu, 4\nu, \cdots$で起きる.

共鳴のとき一般的に管の両端の腹の間に自然数個の節がある. 言い換えると

・2 倍音の波長をλ_2として$L+2e=\frac{2}{2}\lambda_2$, したがって

$$振動数 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{c}{L + 2e} = 2\nu$$

・3 倍音の波長をλ_3として$L + 2e = \frac{3}{2}\lambda_3$，したがって

$$振動数 = \frac{c}{\lambda_3} = \frac{3}{2}\frac{c}{L + 2e} = 3\nu$$

・4 倍音の波長をλ_4として$L + 2e = \frac{4}{2}\lambda_2$，したがって

$$振動数 = \frac{c}{\lambda_4} = \frac{4}{2}\ \frac{c}{L + 2e} = 4\nu$$

12　問 4

(１) 片端が閉口端の気柱の共鳴振動数の比 1:3:5:…のパターンと照合し，基本振動数は 100 Hz.

(i)基本振動数の波長は$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340\ \mathrm{m\ s^{-1}}}{100\ \mathrm{Hz}} = 3.40\ \mathrm{m}$,

(ii)開口端補正 $e = \frac{1}{4}\lambda - L = \frac{3.40\ \mathrm{m}}{4} - 0.845\ \mathrm{m} = 0.005\ m$

(2)
$\nu \propto \frac{c}{L}$の関係をもとにして考える.
音速が同じであれば，管の長さが短くなると（共鳴する波長が短くなり）振動数が高くなる.
管の長さが同じであれば，音速が遅くなると振動数が下がる.
朝練のときに音程が下がったのは，管の縮み方より音速の低下が顕著であったため.