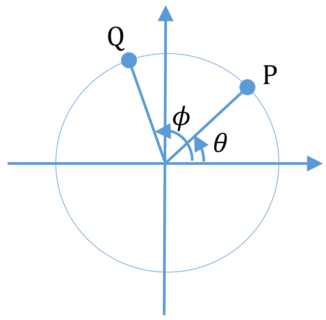
Q. 位相の「遅れ」が何を指すか，説明をお願いします.



A. 単振動で考えるより，等速円運動で考えたほうが分かりやすいと思います.

図のように円周上を同じ速さで反時計回りに回転する点 P と点 Q の位置座標は $P(\cos\theta, \sin\theta)$，$Q(\cos\phi, \sin\phi)$です．各座標成分は単振動をしており，その位相は$\theta$と$\phi$です．反時計回りの回転なので，点 Q が点 P より先に動いています．この状態を指して「Q の位相は P の位相より進んでいる」あるいは「P の位相は Q の位相より遅れている」といいます．前者の場合なら「位相の進み」の量，後者の場合なら「位相の遅れ」の量が$|\phi-\theta|$です.

位相差に符号をつけて，その正負によって「進み」と「遅れ」を表す方法もあります.

図の状況を「P が Q より進んでいる」と言っても間違えではありませんが，そのときは，位相の進みは$2\pi - |\phi-\theta|$となります.

Q.「ポータブル TV のアンテナを 90 度曲げる間に画面が映りにくいところがあるのはなぜか」解説をお願いします.

A. パワーポイントの「ノート」を参照してください．それ以上の詳細な議論は電磁気学を学ばないと理解できないと思います.

他の質問についても，同じく「ノート」，あるいは「参考書」など指定された教材を自習すると解決しそうなものがありました．自分で調べてください.

Q. 「変位」という用語について説明してください.

A.「変位」は，物体（あるいは点）の位置の「基準点からのずれ」を表す用語です（自然科学の基礎で学習したはず）：

・直線上の運動の場合，直線をx軸として，物体が座標 x_1からx_2に移動したときの変位は

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

・2 次元や 3 次元では，位置ベクトル$\vec{r}_1$の場所から$\vec{r}_2$の場所に移動したときの変位は

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

です.

単振動する物体（あるいは点）について，単に「その物体の変位」といい「どこからどこまでの変位」といわないことがあります．この言い方は，暗黙の了解として「だれでも認める基準位置」から「現在の位置」まで移動したときの変位を意味しています．単振動は，振動の中心があり，その前後（？左右？）に対称的に運動するので，この中心が基準位置です．したがって，「単振動する点の，ある時刻における変位」ば，振動の中心を原点として，指定された時刻位置における点の座標を指します．原点の左（右）にあれば座標は負（正）なので，変位も負（正）です.

Q. 曲面に入射するとき，入射角と反射角はどのように定義しますか？

A. 曲面の一部分を拡大して見ると，平面に見えますから，その平面に垂直な線（平面の法線）と波の進行方向のなす角で定義します．したがって，曲面の部分ごとに入射角と反射角が異なります.

Q. スリット幅と回折の起き方の関係が分かりません.

A. つい立に非常に小さな孔をあけて，後ろから波を通すと，どの角度にも同じ強さの球面波が出ていきます．この状況を「回折角が大きい」と表現しています．

その様子をビデオに収録して逆回しで再生しましょう．そうすると，球面波の波面のどの位置でも同じ強さを持つ波が非常に小さな点に集まります．

孔を十分に大きくして波を通すと，つい立の影が見えてきます．言い換えると，つい立の後ろ側には，波の来ない部分ができます．波は孔を通ったあと広がるのですが，その広がりの角度が小さいのです．この状況を「回折角が小さい」と表現しています．

ビデオを逆回しで再生すると，空間的に「ある限られた部分だけが明るい」球面波は，集まるとしても（さっきの孔の大きさぐらいの）ぼやけた部分にしか集まりません．

衛星から来る電磁気の波は，日本全土を覆うくらい広い範囲で「明るい」波です．その波を「アンテナの大きさ」で切り取って反射（アンテナの大きさの孔を通過）します，アンテナという孔が大きいほど小さな部分に集めることができます．

Q.物質を伝わる波が，横波になるか，縦波になるかは，どのようにして決まるのですか？

A. 縦波は物質の圧縮膨張を，横波は物質のずれを引き起こしながら進みます．

・どのような物質も縮めると膨張してもとに戻ろうとし，膨張しすぎると縮んでもとに戻ろうとします．したがって，どんな物質にも縦波を伝える能力があります．

・真空を伝わる電場や磁場の波は，物質を伝わる波ではなく，まったく別の原理から波となるもので，縦波になりません．

・個体は（トランプのカードを，ゴム膜を挟んで積み上げげたと思ってください）横ずれを起こすと元にもどろうとします．　この性質があれば横波が伝わります．

・気体や液体では，ずれをもとに戻す力が働かないので，縦波が伝わるのですが横波が伝わりません．

これらは「波の伝わり方」の話ですが，縦波や横波が生じるには，それを起こすように波の源が振動する必要があります．スピーカーは空気の圧縮や膨張を繰りかえします．弦を横に引っ張って放せば横波が伝わります．

Q. 「水の波は水深によって伝わる速さが変わる」とありますが，どのように理解すればよいですか？

A. 流体力学の教科書には次のように書かれています：振幅の小さな波長λの水面波は，水深をhとすると，

$$c=\sqrt{\frac{g}{2\pi}\lambda\tanh\left(2\pi\frac{h}{\lambda}\right)}$$

ここでgは重力加速度です．水深に比べて波長がずっと短いとき，$\frac{h}{\lambda}\ll 1$となるので($e^{2\pi\frac{h}{\lambda}}\simeq 1+2\pi\frac{h}{\lambda}$)

$$\tanh 2\pi\frac{h}{\lambda}=\frac{e^{2\pi\frac{h}{\lambda}}-e^{-2\pi\frac{h}{\lambda}}}{e^{2\pi\frac{h}{\lambda}}+e^{-2\pi\frac{h}{\lambda}}}\simeq\frac{\left(1+2\pi\frac{h}{\lambda}\right)-\left(1-2\pi\frac{h}{\lambda}\right)}{\left(1+2\pi\frac{h}{\lambda}\right)+\left(1-2\pi\frac{h}{\lambda}\right)}=2\pi\frac{h}{\lambda}$$

したがって

$$c\simeq\sqrt{\frac{g}{2\pi}\lambda\times 2\pi\frac{h}{\lambda}}=\sqrt{gh}$$

となり，水深の平方根に比例して波の速さが大きくなります．

水の波は重力がなければ起きません．何か（風とか）の理由で水面が上に持ち上げられると，不安定になって下に落ちると同時にとなりの部分を（波が進む方向に）押し，今度はとなりの部分が上に上がり不安定ななったとき押し返されるという運動なので，重力加速度が波の生成，波の性質にかかわることは明らかです．そこで，もし波の速さがgとhだけ決まると言えるなら，$c \propto g^a h^b$とおいて両辺の物理次元を合わせることで

$$c \propto \sqrt{gh}$$

となることがわかります．

水の動きに注目して$c \simeq \sqrt{gh}$であることを示すには，エネルギー保存則と質量保存則をもとにして式をたてます．ここでは正確に$\sqrt{gh}$にはなりませんが，簡単化したモデルを使って，概略をみることにします：

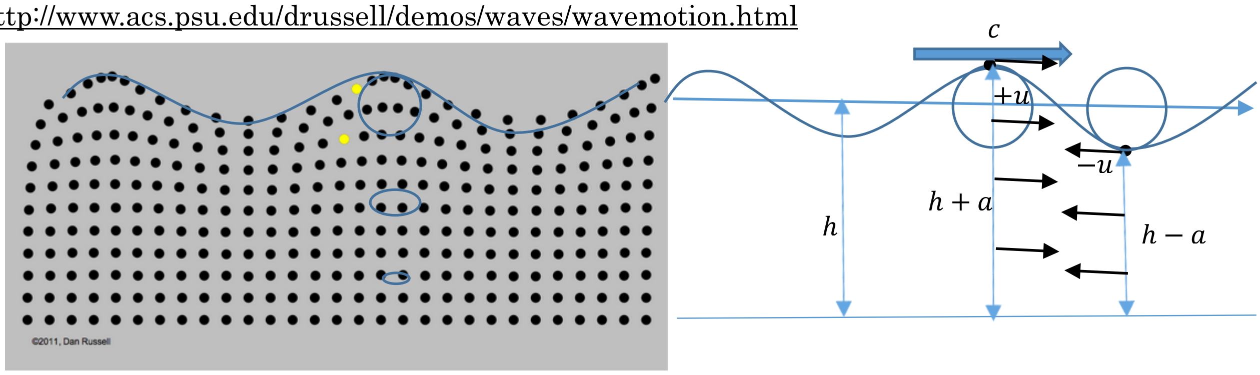
【モデル】

・静止した人が見ると，水の表面の粒子は円運動をする．

・・　水底に近づくと鉛直方向の運動が消え，楕円運動，さらに水底では水平方向の単振動となる（左図）

・・　ここでは，鉛直に立った面では水面から水底まで同じ運動をすると仮定（右図）．

http://www.acs.psu.edu/drussell/demos/waves/wavemotion.html



・水底から水面（平均）までの高さを h，波の振幅を a．円運動の半径は波の振幅に等しくa.

・水の粒子の円運動の（接線方向の）速さをuとする．波の頂上では粒子の速さと波の速さが一致.

・波が右側に速さcで進行する．したがって$u = c$.

【推論】

・静止している人が見ると，水の粒子は山の部分では（水の表面から水底まで）速度$+u$で，谷の部分では速度$-u$で水平方向に運動している．

・水の粒子の運動にエネルギー保存則を適用したいが，波が速さ c でエネルギーを運んでいるので，このままでは状況が複雑になる．そこで波とともに移動しながら観測する．

・波とともに移動する人が見ると

・・波のパターンは不変．

・・波の頂上にある粒子は，波の谷底に落ちる間に，重力の位置エネルギーを解放して運動エネルギーに変える．

・・？？下の粒子をおす仕事・・圧力？？

・・頂上の粒子は静止して見えるが，谷底の粒子は左に向かって速さ$u + c$で進む．

・・この流れは，静止した人からみて定常状態で質量の流れが無いことを保証する．

【計算】

位置エネルギーが運動エネルギーとなる：

$$\frac{1}{2}m(c-u)^2 + mg(h+a) = \frac{1}{2}m(c+u)^2 + mg(h-a)$$

$$\therefore -2mcu + 2mga = 0 \to uc = ga$$

谷底では水面から水底まで，水平方向の単位距離あたり$(u + c) \times (h - a)$で水が移動する．一方，波が無いときに

は$u \times h$で移動するように見えるはず.

谷底の移動量と波が無いときの移動量をそのまま等値することはできない．なぜなら頂上の移動量はゼロであり，谷底と頂上の間ではその中間となるから．全体の平均的な移動量が谷底の移動量の$\frac{1}{K}$となるとすると

$$\frac{1}{K}(u+c)\times(h-a)=u\times h$$

$$uh-ua+ch-ca=Kuh \rightarrow a=\frac{(1-K)u+c}{(u+c)}h$$

$$\rightarrow a=\frac{(1-K)c+c}{(c+c)}h=\frac{2-K}{2}h=\left(1-\frac{K}{2}\right)h$$

$$c=\frac{g}{u}a \rightarrow c=\frac{gh}{c}\left(1-\frac{K}{2}\right)$$

$$\mathrm{c}=\sqrt{gh\left(1-\frac{K}{2}\right)}$$

$\mathrm{c}=\sqrt{hg}$を実現するには$K\rightarrow 0$となるのだが，このとき同時に$a=h$となり，谷底で水底が現れてしまい非現実的だろう．このモデルは少し無理があるかもしれない.