# Chapt 3
# 座標変換と
# 運動の相対性

# § 3.3 座標変換

- 異なる観測者
  - 異なる座標系
    - 原点の位置と基準の方向が異なる
    - 長さの基準は共通とする
  - 共通の時間
    - ニュートンの力学の前提


- ★の位置の座標（原点のみ異なる）
  - 座標変換の式：O系の座標$x$とO’系の$x$‘の関係を与える

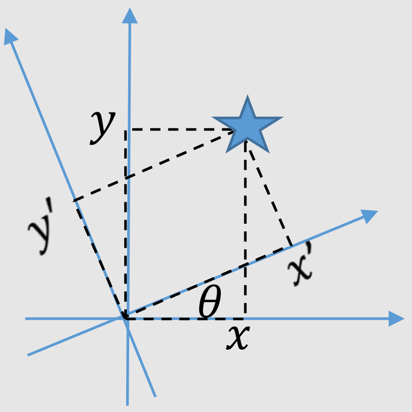
$$x' = x - X, \qquad x = x' + X$$

# 座標軸の回転

- 原点が共通で，軸を$\theta$だけ回転する

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$



# 互いに運動する座標系

- 物体の運動: $x(t)$と$x'(t)$の関係

- 原点が並進運動　$X(t)$

$$x'(t) = x(t) - X(t)$$

- 原点は不動で座標軸が回転運動　$\theta(t)$

$$\begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta(t) & \sin\theta(t) \\ -\sin\theta(t) & \cos\theta(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

# § 3.4 運動の相対性

- 相対性：
  - ある一つのもの（座標系）が特別な意味をもたない
  - 慣性系という一群の座標系たちは互いに等価
    - 物体の運動を表す基本式がまったく同じ形に書かれる
    - 「正しい速度」という概念が成立しない
      - 同じ物体の運動でも，座標系により速度が異なる
      - 速度は観測者（座標系）とセットになる
    - 「正しい加速度」
      - 加速度は観測者によらず決まった値になる

# 座標変換による速度の変換

- 原点の並進運動
  - O系から見てO’系の原点が速度Vで運動するとき

$$v' = \frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - \frac{dX}{dt} = v + V$$

- 回転運動
  - $\theta(t) = \omega t, \quad \frac{d}{dt}\cos\theta = \frac{d\theta}{dt}\frac{d\cos\theta}{d\theta} = -\omega\sin\theta$

$$\frac{d}{dt}(x\cos\theta + y\sin\theta) = \frac{dx}{dt}\cos\theta + x\frac{d\cos\theta}{dt} + \frac{dy}{dt}\sin\theta + y\frac{d\sin\theta}{dt}$$

$$\begin{pmatrix} v'_x \\ v'_y \end{pmatrix} = \omega\begin{pmatrix} -\sin\theta & \cos\theta \\ -\cos\theta & -\sin\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$$

# 座標変換による加速度の変換

- 原点の並進運動
  - O系から見てO’系の原点が速度Aで運動するとき

$$a' = \frac{dv'}{dt} = \frac{dv}{dt} - \frac{dV}{dt} = a + A$$

回転運動

$\theta(t)$=$\omega t$

$$\begin{pmatrix} a'_x \\ a'_y \end{pmatrix} = -\omega^2 \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$$
$$+2\omega \begin{pmatrix} -\sin\theta & \cos\theta \\ -\cos\theta & -\sin\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$$

# Q3.1

- 水平な直線線路を速度Vで走る電車がある．電車の床面で，x軸（進行方向）上を振動運動する物体があり
$$x(t) = A\cos\omega t$$
であるという．x’軸(線路)を用いてこの物体の位置を表せ．ただし，時刻0で両系の原点は一致していたとする．

  また，それぞれの加速度はどのようになるか．

# A3.1

- $x(t) = A \sin \omega t$ ,
- $X(t) = Vt$
- $x'(t) = x(t) + Vt$

$$x'(t) = A \sin \omega t + Vt$$

$$\frac{d^2 x'}{dt^2} = \frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin \omega t$$