6 章　章末問題 Q&A

問題 6.1

Q.(1)の解答で $\frac{1}{\sqrt{3}}$を 0.58 に直していますが、分数表記から小数表記にしなければならない条件はなんですか？絶対に小数表記にする必要があるのでしょうか？

A.　授業用の WebPage の「問題詳解」に以下のように書いてあります：

> (題意からは、数値を何桁まで与えるべきか不明だが、動摩擦係数が有効数字２桁なので、これにあわせた。もし角度の測定値 30°が「29.5°と 30.4°の間」を意味するならμの値は 0.566 と 0.587 すなわち「0.57 と 0.59」の間ということになり有効数字二桁よりも少しだけ精度が悪くなる)

さらに詳しく説明しましょう：
はっきりしているのは，たとえば「有効数字 2 桁で求めよ」と書いてある場合です．このときは，必ず小数と指数を使って表します．質問は「何も指定さていない（ように見える）ときにどうするか」ですね．

さて，$\mu = \frac{1}{\sqrt{3}}$という表記は“正確に$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{1.7320508\ldots.}$”であることを意味しますから，答えで$\frac{1}{\sqrt{3}}$と書けば「どこまで正確に$\frac{1}{\sqrt{3}}$」であることを主張したことになります（$\frac{1}{2} = 0.5000000\ldots.$でも同じこと）．でも，その主張はほんとうに根拠のあるものでしょうか？

現実の世界では，測定された量（ここでは斜面の角度＝30 度）をもとにして他の量（ここでは摩擦係数μ）を導き出す場合，どこまでも正確な値を保証することができないこと（←p.23 例題 2.3 で学んだ）に対応した答えを出すことが必要になります.

この問では，測定値が 30 度と言っているので「29 度と 31 度の間で 30 度に近いあたり」,「四捨五入で 30 度になるぐらいの角度」もしかすると「30±0.3 度ぐらい」かもしれません．はっきりはしませんが，おおよその状況は推定できます．測定のプロは，たとえば「何度も測定した結果，測定値の 6 割が 30.3 度と 29.7 度の間にはいる」というような表現をします.

では，tan 29.5°と tan30.5°ではどれぐらい値が違ってくるのでしょうか．数学で学んだテーラー展開：

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \cdots$$

を使いましょう．$f(x) = \tan x,\quad a = 30° = \frac{\pi}{6},\quad h = \pm 0.5° = \pm\frac{\pi}{180} \times 0.5$として

$$\tan\left(\frac{\pi}{6} \pm h\right) \simeq \tan\frac{\pi}{6} \pm \frac{\pi/180}{\cos^2\frac{\pi}{6}} \times 0.5 \simeq \frac{1}{\sqrt{3}} \pm \frac{1/60}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \times 0.5 = \frac{1}{\sqrt{3}} \pm \frac{1}{60}\frac{4}{3} \times 0.5 = \frac{1}{\sqrt{3}} \pm \frac{1}{90} \simeq \frac{1}{\sqrt{3}} \pm 0.01$$

となります．言い換えると，$\frac{1}{\sqrt{3}}$を中心として片側の幅 0.01 の中に測定値が入るということになります．そうだとすれば，測定値を$\frac{1}{\sqrt{3}} = 0.5773502692\cdots$とどこまでも正確だと主張することはできず，0.577 でも言い過ぎ，結局 0.58 というのがよい，となるでしょう.

Q. (3) $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{d^2y}{dt^2} = 0$より、$(m+M)\frac{d^2x}{dt^2} = F - mg = (\mu' M - m)g$という式が出る理由がわかりません。

A. 授業用の WebPage の「問題詳解」に次のように解説しました：

滑車からぶら下がっているほうの質量は「わずかに（無限小だけ）重いおもりをつないだ」から、m のままでよい。そうすると、加速度運動しているときの運動方程式も上と同じく（糸の質量を無視すると）

$$M\frac{d^2x}{dt^2}=F-T \quad \text{および} \quad m\frac{d^2y}{dt^2}=mg-T \qquad (@)$$

摩擦力は、動摩擦係数 $\mu'=0.40$ を用いて

$$F=\mu' Mg=0.40Mg$$

である。

運動方程式から、この段階では値が不明の張力を消去するため、各辺の差をとると

$$M\frac{d^2x}{dt^2}-m\frac{d^2y}{dt^2}=(F-T)-(mg-T)=F-mg$$

一方、例題 6.2 で導いたとおり、物体mとMが「ひもの長さ $x+y=d$ =一定」という条件で運動するので

$$\frac{d^2}{dt^2}(x+y)=\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{d^2y}{dt^2}=0 \qquad \text{すなわち} \qquad \frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{d^2y}{dt^2}$$

であるから、変数を x だけにすることができ

$$M\frac{d^2x}{dt^2}-m\frac{d^2y}{dt^2}=M\frac{d^2x}{dt^2}-\left(-m\frac{d^2x}{dt^2}\right)=(M+m)\frac{d^2x}{dt^2}=F-mg=(\mu' M-m)g$$

となる。こうして

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{F-mg}{M+m}=\frac{\mu' Mg-mg}{M+m}=\frac{0.4Mg-\frac{1}{\sqrt{3}}Mg}{\frac{1}{\sqrt{3}}M+M}=\frac{0.4-\frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{\sqrt{3}}+1}g=\frac{0.4\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}g=-0.112\times 9.8$$

$$=-1.1\mathrm{m/s^2}$$

を得る。加速度の大きさは 1.1m/s^2。

なお、ぶらさげたおもりの質量が $m=\frac{1}{\sqrt{3}}M$ よりも（「わずかに（無限小だけ）重い」のではなく）十分に重くても、$\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{F-mg}{M+m}=\frac{\mu' Mg-mg}{M+m}$ のところまで結論は同じである。増加分を無限小にした理由は「動き出す必要がある」ことに加えて「（1）の計算結果 $m=\frac{1}{\sqrt{3}}M$ をそのまま使いたかった」こと。

Q. (3) なぜ質量が$(m+M)$になるのですか？2 つの物体の質量を合わせたら加速度は 2 倍にならないのでしょうか？

A. $(M+m)\frac{d^2x}{dt^2}=F-mg$ という式を，質量(m+M)の物体の運動方程式と見たのですね．たしかに，そういう見方もあるでしょう．この問の状況は，物体 m と M が糸で結ばれて運動します．糸が途中で滑車により向きを変えるのですが，糸にそって折れ曲がった座標をとったとしましょう．そうすると，２つの物体の運動はこの座標上の 1 次元運動になります．糸の長さが変わらないので，２つの物体は相互の距離を変えずに（したがって）一体となり，全質量が m+M の物体として運動します． 斜面にある物体に加わる座標軸方向の外力が F，ぶらさがっている物体に加わる外力が軸方向に－mg というわけです．

２番目の質問の意味がわからないのですが，２つの物体をあわせて一体のものとしてみるとき，全質量はそ

れぞれの質量の和になります．内力（この問では糸の張力）は作用反作用の法則で打ち消し合います．それぞれに加わる外力は和になります．外力の和を質量の和で割った量が全体の加速度です．

問題 6. 2

Q. 前輪の動きがよく分かりません。自転車が前に進めば前輪は前に動くのではないでしょうか？何故、後ろ向きなのですか？また、反対向きに力が掛かっているのなら、お互いに殺しあってしまうのではないのでしょうか？

A. 授業用の WebPage の「問題詳解」に次のように解説しました：

> （たとえば氷の上で）地面がとタイヤに摩擦力がはたらかないときは、自転車の動きとは無関係に「前輪は回転せず」「後輪は空転する」だろう。自転車の進行にともなって前輪が回転するのは摩擦力のせい、ペダルをこいで後輪が空転しないのも摩擦力のせいである。自転車に乗っている人から見て「後ろに動いていく地面」が前輪を回転させるのだから、前輪の接地部分には後ろ向き（自転車の進行方向と逆向き）の摩擦力が加わる。後輪が空転しないように押さえる摩擦力の向きは自転車の進行方向を向く。

前輪（後輪も）回転しながら前進しています．地面と接している部分は（わずかにスリップすることはあるかもしれませんが，ほとんど）静止しています．巻末略解でも「前輪が後ろ向きに動く」とは言っていません．後半の質問は意味を理解できませんでした．

問題 6.4

Q. 動いている動体でもつり合いが使える条件は何ですか？ふつうは使ってはいけなかった気がするのですが・・・。また、「$T\sin\theta = mr\omega^2$」の式の意味がわかりません。どうやって、この式を導いたのですか？

A. 加速度はベクトルです．加速度を直交する成分に分解して，その一つが 0 ならば，その方向の力は（合力をとったものが）0 です．この問題ではおもりの鉛直方向の加速度が 0 であり，糸の張力と重力のベクトル和の鉛直成分が 0 となります．

授業用の WebPage の「問題詳解」に次のように解説しました：

> おもりにはたらく力は糸の張力と重力だけと考えてよい。重力はどんな運動をしていても一定だが、張力は拘束力であり、運動のしかたで異なる大きさになる。この問の拘束条件として、おもりは(水平面内で運動するということは)鉛直方向に動かない。したがって張力と重力の合力ベクトルの鉛直方向成分が 0 となる。式であらわすと
>
> $$T\cos\theta - mg = 0 \quad よって \quad T = \frac{mg}{\cos\theta}$$
>
> となり張力の大きさを他の量で表すことができた（これで拘束力であるために判然としなかった張力を正面から用いることができるようになった)。
>
> 角速度を求めるに円運動に注目する。おもりにはたらく力の合力（鉛直成分は 0 だが）の水平成分は糸の張力の水平成分であり、$T\sin\theta$ という大きさを持つ。これが水平面内の等角速度円運動の向心力となる。おもりの回転半径を r とすると、この円運動の（速さは $v = r\omega$）加速度の大きさは $v\omega = r\omega^2$、加速度の向きは中心に向かう。この加速度を発生するのが向心力 $m \times r\omega^2$ であり、張力の水平成分がこれを与える。すなわち
>
> $$T\sin\theta = mr\omega^2$$
>
> この式で、糸の長さ R と円の半径 r の関係
>
> $$r = R\sin\theta$$

を右辺に、張力を重力で表した式$T=\dfrac{mg}{\cos\theta}$を左辺に代入すると

$$\frac{mg}{\cos\theta}\sin\theta = mR\omega^2\sin\theta \quad \text{すなわち} \quad \frac{g}{\cos\theta}=R\omega^2 \quad \text{あるいは} \quad \omega^2=\frac{g}{R\cos\theta}$$

を得る。よって

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{R\cos\theta}}$$

左辺の角速度の単位は rad/s すなわち[時間]$^{-1}$の次元を持つ。右辺の次元も[時間]$^{-1}$となることを各自確かめよ。次元の解析から、円錐振り子の角速度が、質量 m、糸の長さ R、重力加速度 g、角度 θ だけで決まることが分っているなら、$\omega\propto\sqrt{\dfrac{g}{R}}\times f(\theta)$という形にならざるを得ないことがわかる。$f(\theta)$は θ の関数を表すが、次元の解析からだけでは関数の形を決めることはできない。

問題 6.5

Q. 解答で$\frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{dt}}=\mathrm{Vcos}\omega_0\mathrm{t}$となっていますが、$\frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{dt}}=\mathrm{V}$なのに何故$\mathrm{V}=\mathrm{Vcos}\omega_0\mathrm{t}$ になるのでしょうか？

A. 「初期条件 $t=0$で$x=0,\frac{dx}{dt}=V$より」のところですね．「初期条件」を教科書の索引から調べると p.74 にあるります：時刻 0 における位置と速度のペア$\mathrm{x}(0),\mathrm{v}(0)$です．これを前提の知識として読むなら，「$\frac{dx}{dt}=V$」という式は$\mathrm{v}(0)=\mathrm{V}$のことを言っていると分かります．あとは，いいですね．

Q. 一般解を求めたら､A と B を求めるときに必ず初期条件を考えるのでしょうか？前から思っていたのですが､いきなり「t のときの x と v を求める術」はないということで宜しいでしょうか？

A. 微分方程式の一般解を求めることなく，ある初期条件を満たす特解を求める方法ですか？あります!
微分方程式の一般解を求めるのは，不定積分を求める作業であり，積分定数を決めるために初期条件が不可欠です．一方，数値解法（授業でやった！）で，たとえば

$$\frac{df}{dt}=f'(\mathrm{t})=g(t),\quad f(0)=A$$

を解くときは

$$f(\Delta t)\simeq f(0)+f'(0)\Delta t=A+g(0)\Delta t$$
$$f(2\Delta\mathrm{t})\simeq f(\Delta t)+f'(\Delta t)\Delta t=\{A+g(0)\Delta t\}+g(\Delta\mathrm{t})\Delta t$$

と順繰りに先の関数値を求めます．このときは初期条件$f(0)=A$を満たす解だけが手に入るわけです．

Q. $\omega_0=\sqrt{\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}}$とおける理由がわかりません。

A. 教科書 6.3 節が前提です.

授業用の WebPage の「問題詳解」に次のように解説しました：

水平面内の運動に関して、物体が受ける力はバネの復元力だけであり、物体は直線上を運動する。この直線を x 軸とし、原点を初期位置（バネの伸びが 0 のときの物体の位置）とする。時刻 t で物体は位置$x(t)$にあるとすると、その運動方程式は（バネはフックの法則に従うとする）式(6. 29)と同じ

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx$$

となる。$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ で定義される定数を用いると、上の微分方程式は（両辺をｍでわり）

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 x \quad \text{あるいは　式(6.31)と同じ} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (◎)$$

となる。この式（2 回微分すると同じ形の関数の定数倍、ただし符号が逆になるという式）が成り立つ $x(t)$ は

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) \qquad (◎◎)$$

のように、角振動数がω₀の単振動を表すコサイン関数とサイン関数の和で表される。サインとコサインをどのような大きさで加えるか（A と B の値）は、どんな速さで振動するか（あるいは、どんな振幅で振動するか）、どんな時刻に最大振幅の位置（あるいはバネの伸びが 0 の位置）を通過するかにより決まってくる。この段階では決まってない（未定）なので、A,B を未定定数という。逆に A,B を適切な値に選べばどんな場合でも表せるので（◎◎）を微分方程式（◎）の「一般解」と呼ぶ。

この問では、初速度が与えられているし、任意の時刻の速度も求めるので、速度の一般的な式を書くと、（◎◎）を時間で微分して

$$v(t) = -\omega_0 A\sin\omega_0 t + \omega_0 B\cos\omega_0 t = \omega_0(-A\sin\omega_0 t + B\cos\omega_0 t) \qquad (◎◎◎)$$

初期条件（時刻 t = 0 における位置や速度）は、題意より

伸びが 0 の位置＝原点にいる： $x(0) = 0$

速度が V； $v(0) = V$

式(◎◎)および(◎◎◎)を用いてこれらを具体的に書くと

$$x(0) = A\cos(0) + B\sin(0) = A\times 1 + B\times 0 = A \quad \text{より} \quad A = 0$$

$$v(0) = \omega_0(-A\sin(0) + B\cos(0)) = \omega_0 B \quad \text{より} \quad \omega_0 B = V \quad \text{すなわち} \quad B = \frac{V}{\omega_0}$$

となる。以上の結果を使って、題意の条件を満たす特定の運動を表す解（特解）を書くと

$$x(t) = 0\times\cos\omega_0 t + \frac{V}{\omega_0}\times\sin\omega_0 t = \frac{V}{\omega_0}\sin\omega_0 t$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \omega_0\left(-0\times\sin\omega_0 t + \frac{V}{\omega_0}\cos\omega_0 t\right) = V\cos\omega_0 t$$

となる。

問題 6.6

Q. もし、電子を使った問題が出たら、万有引力のみを考えるという認識で合っているでしょうか？

A. 違います．電子にかぎらず電荷をもった粒子が，他の電荷をもった粒子から受ける力としては，まず第 1 に電気的な力を考えます．万有引力は，電子の相手が地球であっても，電子の質量が小さいために非常にちいさいのです．

Q. 計算過程の解説をお願いします

授業用の WebPage の「問題詳解」に次のように解説しました：

このモデルで電子がどんな速さで円運動をするか調べておこう。ただし電子の軌道の半径は

$a_0 = 0.053\times 10^{-9}\,\mathrm{m}$ であることが知られている。回転の角速度をωとすると、加速度は $a_0\omega^2$ である．電気的な引力 F がその向心力となっているから

$$F = ma_0\omega^2 \tag{0.1}$$

である．よって

$$\omega = \sqrt{\frac{F}{ma_0}} = \sqrt{\frac{8.2\times 10^{-8}\,\mathrm{N}}{\left(9.1\times 10^{-31}\,\mathrm{kg}\right)\left(0.053\times 10^{-9}\,\mathrm{m}\right)}} = 4.1\times 10^{16}\,\mathrm{rad/s} \tag{0.2}$$

となる. 単位の rad/s はラジアン毎秒を表す．２πでわり回転数（円運動を横から見ると、電子の振動数）になおすと

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 0.65\times 10^{16}\,\mathrm{Hz}$$

となる。アンテナの中で電子が振動するとその振動数で光が放出される。(原子の中では少し事情がちがい、振動していても光が放出されるとは限らない。なぜなら、エネルギーを光の形で放出すると動きが鈍くなった電子は陽子に近づき、ついには原子がつぶれてしまうはずだが、そうはなっていない。だが、ともかく）この振動数の光は紫外線である。

問題 6.7

Q. 地球の半径 R=6,400km は常識として覚えておく必要はありますか？

A. そうですねー．私は常識だと思っていましたが・・・　メートルという単位が最初に導入されたとき，地球の周囲の距離の 1/4（北極から赤道まで）が 10000 km として定義されました．$2\pi\mathrm{R} \div 4 = \pi\frac{\mathrm{R}}{2} = 10000\ \mathrm{km} \rightarrow \mathrm{R} = 6366\ \mathrm{km}$と計算されます. じつは地球は球を押しつぶした形をしています. 実測値は, 赤道**半径**が 6378.137 km、極**半径**が 6356.752 km となっています.

Q. 大気圧は気にしなくて宜しいでしょうか？

A. 重力加速度を測定するときに空気による浮力・抗力を考えなくて良いか，という質問でしょうか．正確に言おうとすると考える必要があります.

Q. 解答中の近似をどのようにしたのがわかりません。もう少し細かく教えて下さい。
・問題の答えを見てもよく分からないので解説をお願いします。
・$\left(\frac{6400}{6400+10}\right)^2 - 1$という式の「－1」、「+10」というのは何を表しているのでしょうか？

A. 授業用の WebPage の「問題詳解」に次のように解説しました：

飛行機の高度を h とし地球の半径を R とする。地球が「球」だとすると（より正確には、質量の分布が球対称＝地球をたくさんの同心球殻に分解したとすると、各球殻はどこでも同じ密度)、地球と他の物体の間の万有引力は「地球の中心に全質量が集まった」として万有引力の法則を用いればよいことが積分計算からわかる。地球の質量を M、上空の物体（質点とする）の質量を m（飛行機の機体との間の万有引力は無視）とすると、この物体が高さ h の上空（したがって地球の中心から距離 R+h）で地球から受ける万有引力の大きさは

$$F(h) = G\frac{mM}{(R+h)^2}$$

となる。ここで、力をF(h)と書いたのは、高度により大きさが異なることをあらわしたかったから。この万有力のもとで自由落下する物体mの運動方程式は、加速度をg(h)とすると

$$F(h) = m \times g(h)$$

である。このg(h)が高度hにおける重力加速度にほかならない。よって

$$g(h) = G\frac{M}{(R+h)^2}$$

となる。

求める値は、地上(h=0)と上空の重力加速度の差を、地上の重力加速度で割ったものである。すなわち求める比をrと書くと

$$r = \frac{g(h)-g(0)}{g(0)} = \frac{g(h)}{g(0)} - 1 = \frac{G\dfrac{M}{(R+h)^2}}{G\dfrac{M}{(R)^2}} - 1 = \frac{R^2}{(R+h)^2} - 1 = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 - 1$$

最右辺において$R = 6400\,\mathrm{km}$と$h = 10000\,\mathrm{m} = 10\,\mathrm{km}$を代入して計算すると

$$\left(\frac{6400}{6400+10}\right)^2 - 1 = \left(\frac{1}{1+\dfrac{10}{6400}}\right)^2 - 1 = \frac{1}{1+2\times\dfrac{10}{6400}+\left(\dfrac{10}{6400}\right)^2} - 1$$

ここで、最右辺の第一項に注目すると分母に現われる数字の間に

$$2\times\frac{10}{6400} \approx 3.1\times10^{-3} << \left(\frac{10}{6400}\right)^2 \approx 2.4\times10^{-6}$$

という著しく異なる大小関係があるので、

$$1+2\times\frac{10}{6400}+\left(\frac{10}{6400}\right)^2 \approx 1+2\times\frac{10}{6400}$$

としても大きな差はないだろう（小数点以下6桁目より高い精度で論じるときは差が生じるが、この問の数字はそのような精度ではない)。つぎに

$$\frac{1}{1+2\times\dfrac{10}{6400}} = \frac{1}{1+\left(2\times\dfrac{10}{6400}\right)} \times \frac{1-\left(2\times\dfrac{10}{6400}\right)}{1-\left(2\times\dfrac{10}{6400}\right)} = \frac{1-\left(2\times\dfrac{10}{6400}\right)}{1-\left(2\times\dfrac{10}{6400}\right)^2}$$

$$\approx \frac{1-\left(2\times\dfrac{10}{6400}\right)}{1} = 1-\left(2\times\frac{10}{6400}\right)$$

と簡略化する。最後の「≈」は、分母において$\left(2\times\dfrac{10}{6400}\right)^2 \approx 9.8\times10^{-6}$が1よりもずっと小さいことから

$$1-\left(2\times\frac{10}{6400}\right)^2\approx 1$$

としたことによる。以上をまとめると

$$\left(\frac{6400}{6400+10}\right)^2-1\approx 1-\left(2\times\frac{10}{6400}\right)-1=-\left(2\times\frac{10}{6400}\right)$$

こうして教科書巻末の計算が実行される。

ここで、「数の間に著しい大小関係があるとき、式を簡略化して計算しやすくし、しかも簡略化した（もととは異なる式で）計算しても答えはそれほど異ならない」というやりかたを学んだ。これは「近似計算」といわれる方法の 1 種である（とくにこれを 1 次近似という)。一般に、

$1<<x$　のときは　$(1+x)^r\approx 1+rx$

たとえば　$(1+x)^2\approx 1+2x$　や　$\frac{1}{1+x}=(1+x)^{-1}\approx 1-x$　など

が成り立つ。では、どんな場合にこのような計算が許されるのだろうか。それは、これらの近似式を用いたときに捨て去った項（これらの例では x^2 ）があってもなくても「気にならない」ときである。どんな大きさなら気にならないかは、場合により異なってくる。

もういちど、ここで行った近似計算を書いておこう。$\frac{h}{R}<<1$ のとき

$$\left(\frac{R}{R+h}\right)^2-1=\frac{1}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2}-1\approx\left(\frac{1}{1+2\times\frac{h}{R}}\right)-1\approx\left(1-2\times\frac{h}{R}\right)-1=-2\frac{h}{R}$$

としたので、$\frac{h}{R}$ の 2 乗を数値的に計算しないですむ。それだけでなく「たとえば h がわずかに変化したら、この比がどの程度変化するか」というような問いにもすばやく答えられるようになり見通しがよい。実は、1 次近似は、なめらかな曲線をその接線（＝直線）だと思うことにほかならない。こうしたことは、テーラー展開（微分法のテーマのひとつ）を習うと理解がしやすいだろう。

中間テストの Q&A（続）

問題 I (4)

Q. x(t)、y(t)の方程式は x, y 座標の位置を表していると思いますが、y(t)の軌道のグラフにおいて、y(x)=0 というのはどういうことを表しているのですか？y(t)=0 だと地面とぶつかる時間、x(t)=0 は最初の時間ですが・・・。

A. x(t)、y(t)は，時刻 t における質点の x 座標と y 座標をあらわす 2 つの関数です.．点の座標(x(t), y(t))は時間とともに変化します．質点が通過した位置をつなげると曲線が現れます．この曲線を「軌道」といいます．したがって，x(t) = ⋯ 、y(t) = ⋯という 2 つの式から t を消去してできる x と y の関係式が軌道の式です．それを y(x) = ⋯という形に表します.

y(x)は「質点の x 座標が x という値のとき y 座標の値」です．ですから y(x)=0 というのは，まず y 座標が 0 の状況を表しています．座標原点が地面にあるときは，y(x)=0 は軌道が地面と交わる（地面とぶつかる）位置を表し，y(x)=0 を満たす x を求めると，その位置の x 座標が得られます.

y(t)=0 を解いてこの式を満たす t の値を求めると，それは質点の y 座標が 0 (地面に原点があるときは質点が地面と同じ高さ)となる時刻を得ます．x(t)=0 は質点が原点の直上を通過する状況を表すので，これを解いて t を求めると，原点の直上を通過する時刻を得まする.

問題Ⅲ(3)

Q. 質点の速さがV_0のとき、加速度は$\frac{{v_0}^2}{l}$となる理由がわかりません。何故「0」にならないのでしょうか？

A. 等速で円運動でも，速度の<u>向きが刻々と変わる</u>ので「速度ベクトルの時間的変化の割合」である加速度が 0 になりません．より詳細な式について：半径ℓ で 接線方向の速さがV_0のとき、加速度が$\frac{{v_0}^2}{l}$となることは，前の問題で計算したとおりです.