問題 08

積分することを「寄せ集める」と考え，$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2\pi}e^{i\omega\cdot(t-t')}d\omega$を複素平面上の操作として観察し，$t\neq t'$のとき積分が 0 となり，$t=t'$のとき無限大に発散することを確認せよ.

Q. この問題がわからなかったので解説して頂きたいです。よろしくお願いします。

A. 講義の説明で理解できたものと期待する.

例題 06

$f(t)=\delta(t)$のフーリエ変換を求め，結果を物理的な意味として説明せよ.

解

$$\boldsymbol{F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\cdot e^{-i\omega t}dt=e^{0}=1}$$

すでに学んだとおり，パルスの幅が小さいほどスペクトルが拡がる．パルスの幅とスペクトルの幅は反比例する．$\delta(t)$は無限に短いパルスの表現と考えられるから，そのフーリエ変換の幅は無限に広い：$F(\omega)$=1 は，無限に拡がった振動数の成分が，どこでも同じ振幅を持つことを示す.

Q. $F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\cdot e^{-i\omega t}\,dt=e^{0}=1$ で，なぜe^{0}になるのかわかりません。

A. ディラックのδ関数の定義

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)f(t)dt=f(0)$$

から，$\mathrm{e}^{-i\omega t}$のtに 0 を代入した値e^{0}が積分の結果として与えられる.

Q. 「無限に広がった振動数の成分」が何を表しているのかよくわかりません。

A. 周期$T=\frac{2\pi}{\Delta\omega}$の周期関数のフーリエ展開で現れる振動数は$\pm n\Delta\omega$（$\mathrm{n}=0,\pm1,\pm2,\cdots$）とその成分は正負無限大まで分布する．時間軸上の波形が鋭く立ち上がるとき，その鋭さを表現するには高い振動数成分が必要だからである．フーリエ変換でも正負無限大に振動数が分布するのは同様である．フーリエ展開との差は，成分の振動数の分布が連続となる点である.

例題 09

Q. 符号関数(sgn)はどのような場面で使用されているのですか？

A.

https://ja-jp.facebook.com/

http://excel.onushi.com/function/sign.htm

http://wasan.hatenablog.com/entry/20110314/1300131725