微分方程式による回路（システム）の記述

基本事項

- サイン波でない電圧・電流波形の関係も表したい（パルス波形，デジタル信号，スイッチのオン・オフ）
- コンデンサー：$Q = CV$, $I = C\frac{dV}{dt}$, コイル: $V = L\frac{dI}{dt}$，抵抗：$V = RI$　をそのまま用いる．
  - 例：RC 直列回路：$\frac{1}{C}\underbrace{\int I\,dt}_{Q} + RI = V \quad \rightarrow \quad \frac{1}{C}I + R\frac{dI}{dt} = \frac{dV}{dt} \quad \rightarrow \quad \frac{dI}{dt} + \frac{1}{RC}I = \frac{1}{R}\frac{dV}{dt}$
- 1(n)階微分方程式の解は 1(n)個の任意定数をもつ．1(n)個の初期条件により解が確定する．

確認

Q1. RC 直列回路における電流と電圧の関係式（$\frac{dI}{dt} + \frac{1}{RC}I = \frac{1}{R}\frac{dV}{dt}$）に$\tilde{V} = \widetilde{V_0}e^{i\omega t}, \tilde{I} = \widetilde{I_0}e^{i\omega t}$を代入し，この回路の複素インピーダンスを計算せよ．結果を，既出の LCR 回路のインピーダンスで L=0 とおいたものと比較せよ

Q2. ① RL 直列回路の両端に$V(t)$を加えるときの電流が従う微分方程式を書き複素インピーダンスを計算せよ．
②直列 LCR 回路の両端に V(t)を加えるときの電流が従う微分方程式を書き複素インピーダンスを計算せよ．
③ LCR 並列回路に電流$I(t)$を流すときの電圧が従う微分方程式を書き複素インピーダンスを計算せよ．

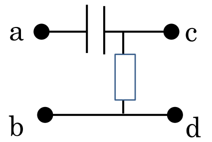
Q3. RC 直列回路を一定の電圧(V_0あるいは0)につないだ場合:　①CをV_0で充電し終わった定常状態が$\frac{dI}{dt} + \frac{1}{RC}I = \frac{1}{R}\frac{dV}{dt}$の解であることを確認せよ．②充電後の時刻$t = 0$で両端を接続して放電を開始した．$t > 0$において回路を流れる電流が従う方程式と初期条件を記せ．③　抵抗の両端に加わる電圧V_Rに関する微分方程式を書け．

Q4. RC 直列回路において，$\frac{dI}{dt} + \frac{1}{RC}I = \frac{1}{R}\frac{dV}{dt}$のかわりに，コンデンサーが蓄える電荷 Q に関する微分方程式を書け．

Q5. Q4 で得た微分方程式を，①V_0で充電したのち $t = 0$で放電を開始たとき，② 放電を完了したのち$t = 0$で回路両端にV_0を加えて充電を開始するとき，$\mathrm{t} > 0$における式に書き換え，電荷の初期条件を記せ．

Q6. LCR 直列回路の両端をつないだとき，回路を流れる電流が従う微分方程式を書け．

Q7.　図の端子 ab 間に電圧波形$V_{\mathrm{in}}(t)$を加えたとき（入力），端子 cd 間の電圧波形を$V_{\mathrm{out}}(t)$とする．τ =RC（時定数）が非常に大きいときと小さいときにわけ(より正確には，$\frac{dV_{out}}{dt}$と$\frac{\mathrm{V_{out}}}{\tau}$のうち小さいほうを省略する）$V_{\mathrm{in}}(t)$と$V_{\mathrm{out}}(t)$の関係を調べよ．



Q8. x軸上を運動する質量mの物体に，フックの法則にしたがう復元力$-kx$，速度に比例する抵抗力 $-c\frac{dx}{dt}$，それ以外に外部から加わる力$F^{(ex)}(t)$が作用するとき，この物体の運動方程式を書け．