2．交流回路と L, C, R の動作

基本事項

(サイン波)交流　$I(t) = I_0 \sin(2\pi\nu t)$, $V(t) = V_0 \sin(2\pi\nu t + \phi)$

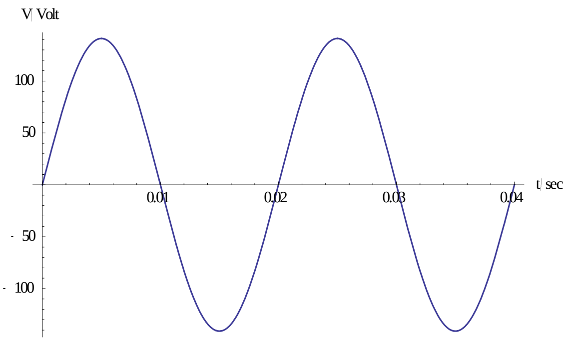
周波数(振動数) f，周期 $T = \frac{1}{\nu}$，振幅 I_0, V_0，実効値(rms 値) $\frac{I_0}{\sqrt{2}}, \frac{V_0}{\sqrt{2}}$，電力（瞬時値）$P(t) = I(t)V(t)$

抵抗：$V(t) = R\,I(t)$,	抵抗 R:	単位は Ω(オーム) = ボルト/アンペア
コンデンサー：$Q(t) = C\,V(t)$,	電気容量 C:	単位は F(ファラド) = クーロン/ボルト
コイル：$V(t) = L\frac{dI}{dt}$,	インダクタンス L:	単位は H(ヘンリー) = ボルト/(アンペア/秒)

用語の定義に関わる確認

Q1．周波数ν =50 Hz，電圧実効値 100 V の交流電圧を 2 周期に渡りグラフに表せ．縦軸，横軸の目盛りが重要．

A1．ν =50 Hz より周期$T = 2 \times 10^{-2}$ s，振幅$A = \sqrt{2} \times 100 \simeq 141$ V



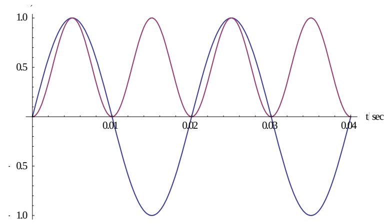
Q2．抵抗Rに交流電流$I_0 \sin(2\pi\nu t)$が流れるとき，①抵抗両端の電圧を記せ．②抵抗に投入される交流電力（瞬時値）の式を記し，③電流と電力を同じグラフに重ねて描け．④交流電力を交流の一周期にわたって平均した値を求め，平均電力と同じ電力を与える直流の電流および電圧を求めよ．

A2．① $V(t) = R\,I(t) = RI_0 \sin(2\pi\nu t)$,　電流と電圧が同じ位相で振動する．

② $P(t) = V(t)I(t) = RI_0^2 \sin^2(2\pi\nu t) = \frac{RI_0^2}{2}(1 - \cos 4\pi\nu t)$,

電流 I/I_0

電力 $P/(RI_0^2)$



③　縦軸が 2 重（電流軸と電力軸）になっていることに注意．左図では縦軸の目盛りは単位なしの数値となっている．言い換えると，電流はI/I_0，電力は$P/(RI_0^2)$の値をプロットしたので，ピークが両方のグラフともに 1 となっている．座標軸の目盛りの取り方がこのようにならないときは，ピークが同じ位置に来ない．

④$\sin^2(2\pi\nu t)$は 1/2 を中心に振幅 1/2 で振動する．1/2 の水平線の上に来る部分と下に来る部分の形が同じことから，$\sin^2(2\pi\nu t)$を 1 周期 T にわたり積分する（面積を求める）と，$\frac{1}{2} \times T$となるのでその時間平均（面積を積分区間の大きさTで割ったもの）は 1/2 になる．したがって電力の平均は$\frac{1}{2}RI_0^2$である．

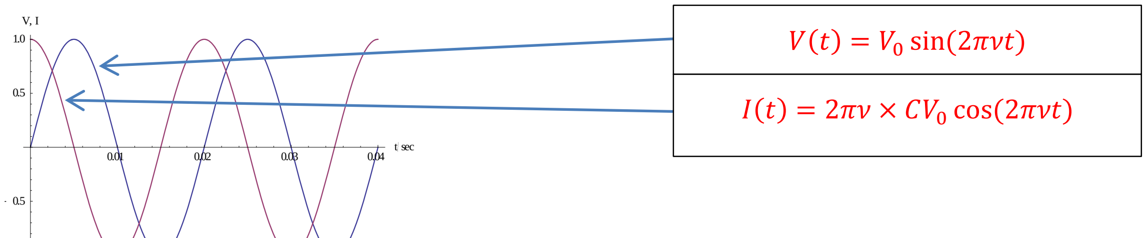
$$< P > = R\frac{I_0^2}{2} = R\left(\frac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{(RI_0)^2}{2R} = \frac{V_0^2}{2R} = \frac{1}{R}\left(\frac{V_0}{\sqrt{2}}\right)^2 \rightarrow I_{\mathrm{rms}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, V_{\mathrm{rms}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

Q3．$C = 1\,\mu$Fのコンデンサーに蓄えられた電荷が，$\Delta t = 1$s の間に $\Delta Q = 10\,\mu$Cだけ増えた．①この間の電流が一定だとして，その値を求めよ．②このときコンデンサー電極間の電圧はどれだけ変化したか．③電圧の時間的な変化の割合を求めよ．

A3．① $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 10\,\mu$A, ②　$C\Delta V = \Delta Q \rightarrow \Delta V = \frac{\Delta Q}{C} = 10$ V, ③ $\frac{\Delta V}{\Delta t} = 10$ V/s

Q4. コンデンサーの電極間に交流電圧$V(t) = V_0 \sin(2\pi\nu t)$を加えるとき①流れる電流の式を求めよ．②電流と，電圧の時間的変化の様子とを，同じグラフに重ねて描け．③交流電圧の振幅を一定にしたまま，周波数を倍にすると，電流はどのように変化するか．④ 電圧が$V_0 \cos(2\pi\nu t)$と変化するときの電流の式を記せ．

A4. ①$Q(t) = C \times V(t) \to I(t) = \frac{dQ}{dt} = C\frac{dV}{dt} = 2\pi\nu \times CV_0 \cos(2\pi\nu t)$　③　νを倍にすると電流が倍になる．



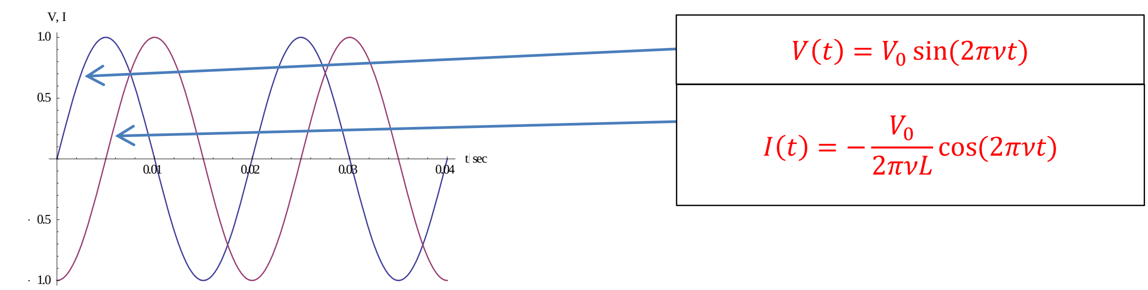
②　④ $I(t) = -2\pi\nu \times CV_0 \sin(2\pi\nu t)$

Q5.　$L = 1$ mHのコイルに流れる電流が 1 秒間に 2 A の割合で変化するときの逆起電力に打ち勝つには，どれだけの電圧を両端に加えなければならないか．

A5. $V = L\frac{dI}{dt} = (1 \times 10^{-3})(2) = 2$ mV

Q6. コイルに交流電流$I(t) = I_0 \sin(2\pi\nu t)$を流すために必要な①電圧の式を求めよ．②交流電圧の振幅を一定にしたまま，周波数を倍にすると，電流はどのように変化するか．③ 電圧が$V_0 \sin(2\pi\nu t)$と変化するときの電流の式を記し，④電圧と，電流の時間的変化の様子を，同じグラフに重ねて描け．

A6.　① $V(t) = L\frac{dI}{dt} = 2\pi\nu\, LI_0 \cos(2\pi\nu t)$　② 1/2 倍　③ $I(t) = \frac{-V_0}{2\pi\nu L}\cos(2\pi\nu t)$



④

Q7. ①コンデンサーに加わる電圧と流れる電流による電力を計算し，それを 1 周期にわたり平均せよ．
②　コイルについても同様．

A7. ①$P(t) = V(t)I(t) = V_0 \sin(2\pi\nu t) \times 2\pi\nu \times CV_0 \cos(2\pi\nu t) = 2\pi\nu CV_0^2 \sin(2\pi\nu t)\cos(2\pi\nu t) = \pi\nu CV_0^2 \sin(4\pi\nu t)$

$< P > = 0$. コンデンサーに交流電圧を加えると，外部の電源は仕事をするときとされるときが交互して現れ 1 周期にわたる平均値としては，電力の入出力が均衡し電源は仕事をしない．

②コイルも同様．計算省略．