マクスウェル方程式（積分形）

- ガウスの法則（クーロンの法則、逆２乗則）

$$\iint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} Q_{\text{内部}} = \frac{1}{\varepsilon}\iiint_V \rho dV$$

- アンペール・マクスウェルの法則

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_0 \iint_S \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}$$

- 単独の磁荷＝０（逆二乗則）

$$\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

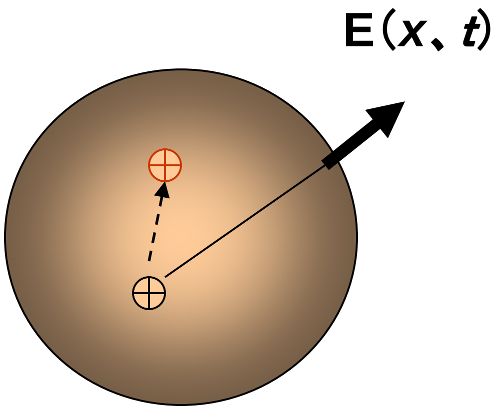
- 電磁誘導の法則

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

微分形

- １点の近傍の空間の性質
- 伝播による遅れを無視できる

  ⟷ 積分：有限の体積

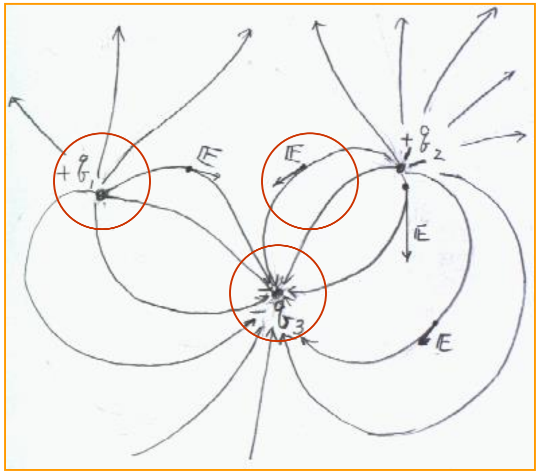


微分のほうが積分より式の操作が単純

連立方程式を解きやすい

ガウスの法則

発散定理 $$\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \nabla \cdot \vec{E}\, dV$$



ガウスの法則を微小体積に適用する

$$\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_V \rho dV$$

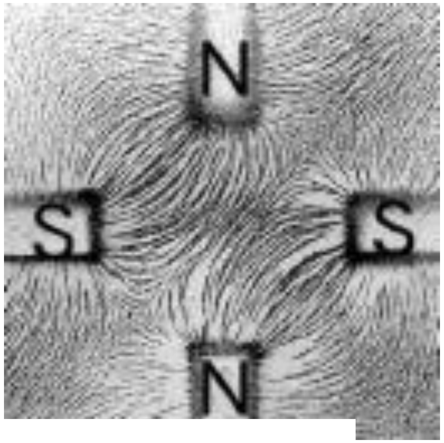
$$(\nabla \cdot \vec{E})dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho dV$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho$$

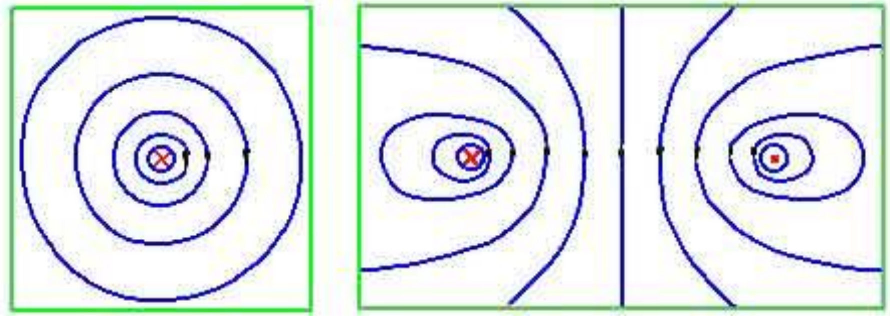
電気力線は電荷のところだけで
わき出したり吸い込まれたりする

電荷がない位置では右辺＝0

磁気単極子は存在しない



$$\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$



「磁荷」を仮定すれば
逆2乗則に従う磁力線

電流ループがつくる
磁気双極子

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

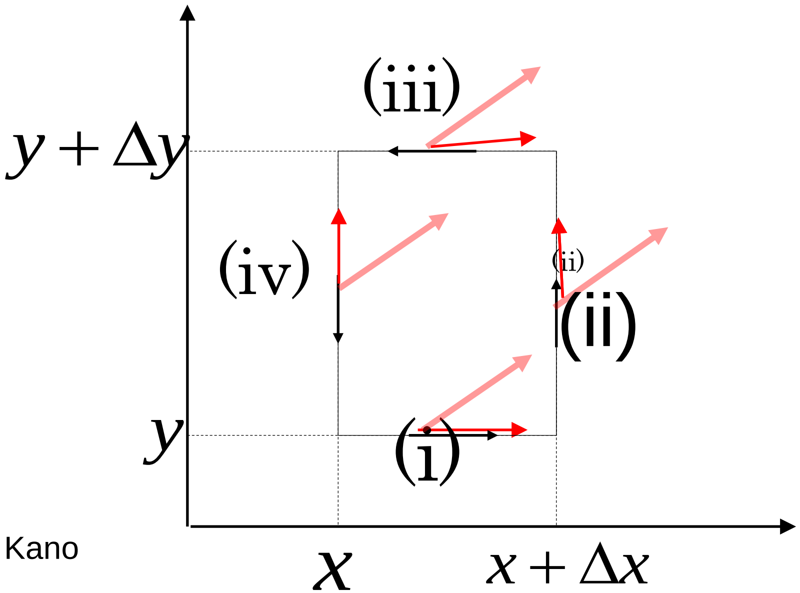
真空中、物質中を問わず
磁力線は途切れることなく
閉じたループをつくる

ストークスの定理(1)

$$\boxed{\iint_{(\mathrm{i})+(\mathrm{ii})} \vec{B}\cdot d\vec{r}} \simeq \{B_x(x,y+\Delta y,z)-B_x(x,y,z)\}\Delta x$$

$$= -\left\{\frac{B_x(x,y+\Delta y,z)-B_x(x,y,z)}{\Delta y}\right\}\Delta x\Delta y \simeq \boxed{-\frac{\partial B_x}{\partial y}\Delta x\Delta y}$$

電場や磁場の
周回積分を
微小な経路で行い、
空間の１点の
近傍の性質を導く



ストークスの定理(2)

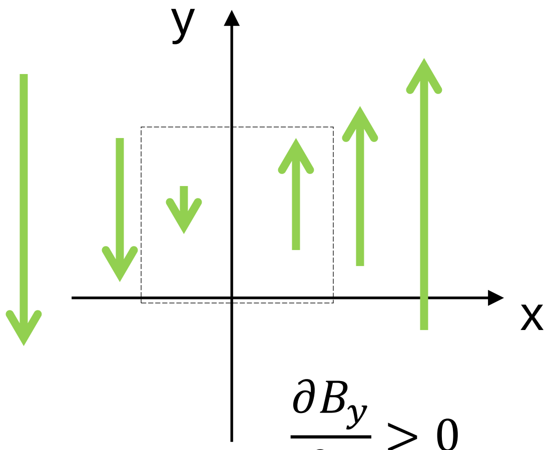
$$\oint_{\Delta x\Delta y\text{の周囲}} \vec{B}\cdot d\vec{r} \simeq \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y}\right)\Delta x\Delta y$$

$$\nabla\times\vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{B} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z},\ \ \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x},\ \ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y}\right)$$

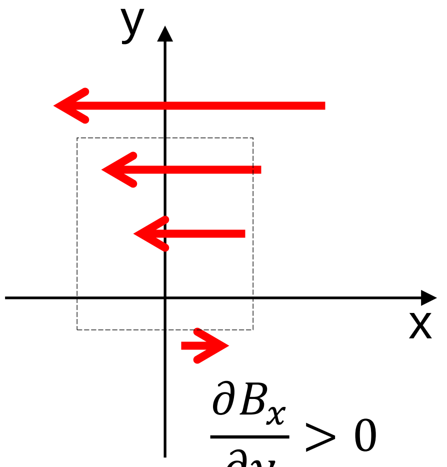
$$\oint_{C=\partial S} \vec{B}\cdot d\vec{r} = \iint_S \left(\nabla\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{S}$$

$\nabla \times \vec{B}$ ベクトル場の「渦」の程度

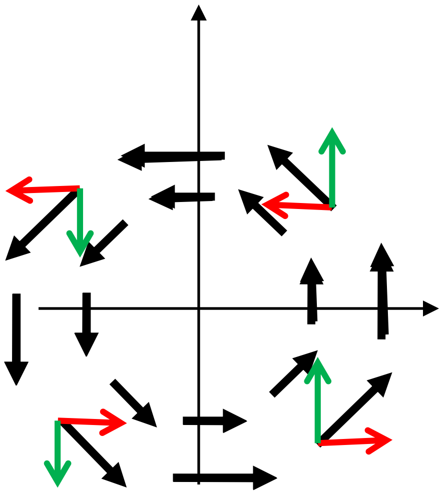
$$\left(\nabla \times \vec{B}\right)_z = \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y}$$



$\frac{\partial B_y}{\partial x} > 0$

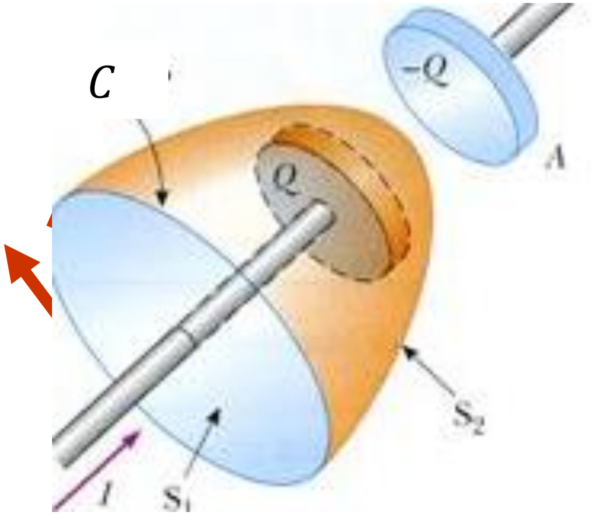


$\frac{\partial B_x}{\partial y} > 0$



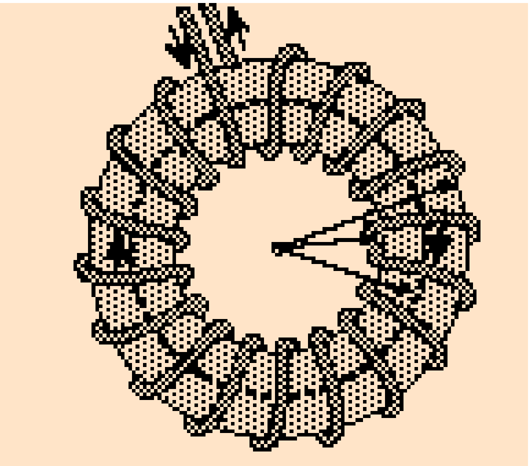
アンペール・マクスウェルの法則

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_0 \iint_S \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}$$



$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$$

電流があるところには
磁場の渦と
電場の時間的な変動とが
適切なバランスで現れる



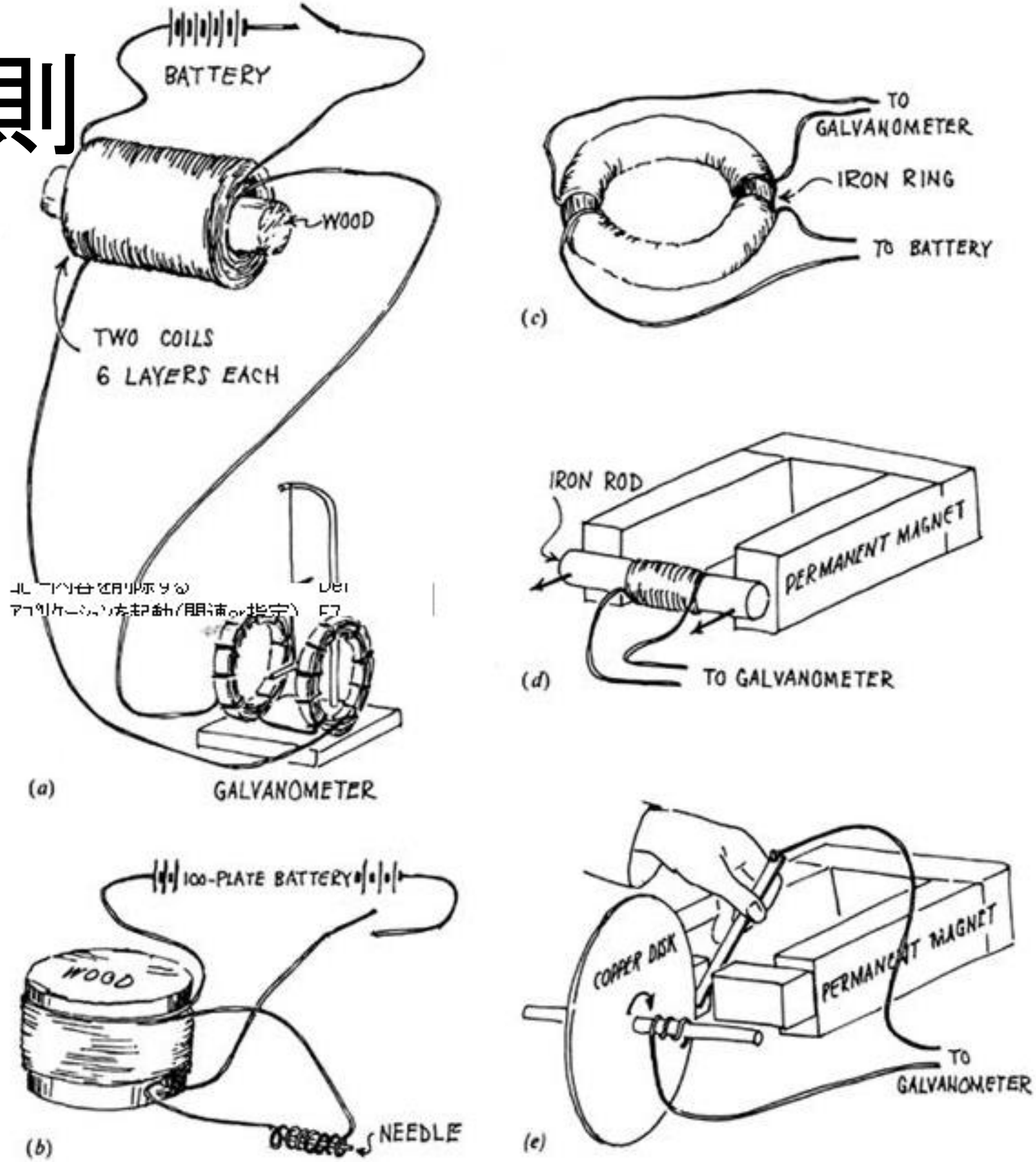
$$\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} = \mu_0 \left(j_z + \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} \right)$$

電磁誘導の法則

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

磁場が時間的に変動している
ところでは電場が渦を巻く



その他の重要な法則

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0$$

電荷は不生不滅

電荷が時間的に変化
するときは電流が空間的に変化している

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

ローレンツ力

電磁場のもとで荷電粒子が受ける力
この力で電磁場中の運動が決まる