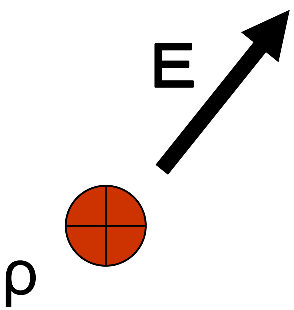
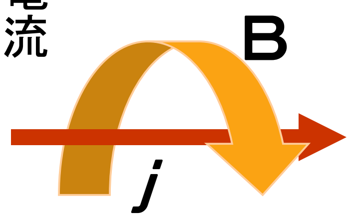
時間的に変化する電場と磁場

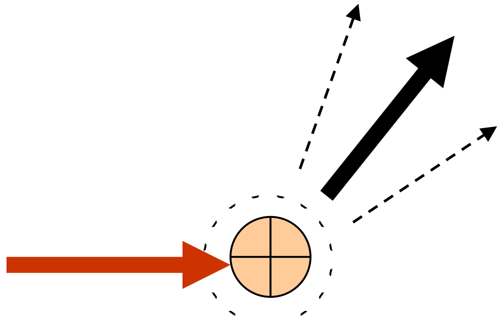
定常電荷分布と定常電流

静電場



静磁場

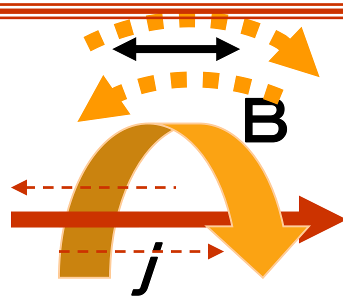




電荷分布の変動により
電場が時間的に変化する

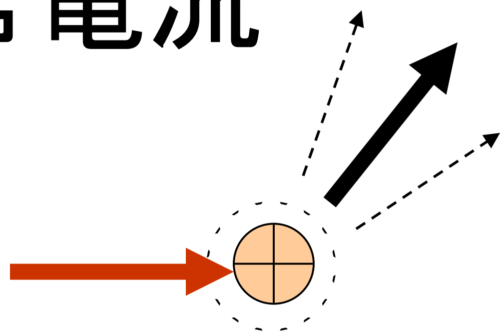
同時に電流も変動するときは
誘導電場も現れる

電流が変動したとき
磁場が変動する位置には
誘導電場が同時に現れる



磁場の周回積分と、
電流および電場の
時間微分には
アンペールマクスウェル
の関係式

準定常電流

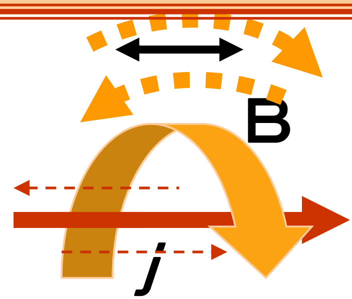


電流の変化が穏やかなとき

電荷分布の変動により
電場が時間的に変化する

~~同時に電流も変動するときは~~
~~誘導電場も現れる~~

電流が変動したとき
磁場が変動する位置には
誘導電場が同時に現れる



磁場の周回積分と、
電流および電場の
時間微分には
アンペールマクスウェル
の関係式

準定常電流

- アンペールの法則がよく成り立つ
  - 電場の時間微分は無視できるほど小さい（ゆっくり変動）
  - **ある瞬間の電流により磁場が決まる**
- 電磁誘導の法則は厳密に成り立つ
  - 磁場の変動と誘導電場の関係（コイルの起電力）
  - **誘導電場はコイルの起電力に置き換える**
- ある瞬間の電荷分布により電場、電位が決まる

- 電流と電圧に注目
  - オームの法則、コンデンサー、コイル
- **電磁波は無い**

交流回路　－正弦波交流－

$$I(t) = I_0 \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) = I_0 \sin \omega t$$

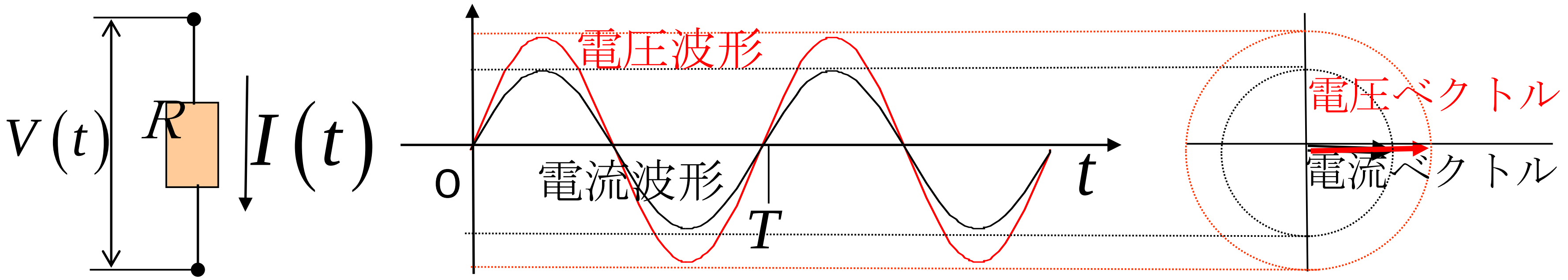
振幅
周期
角振動数

交流回路　-抵抗-　$V(t) = RI(t)$

オームの法則が各瞬間の電圧と電流の間に成り立つとする

$$I(t) = I_0 \sin \omega t$$

$$\boxed{V(t) = RI_0 \sin \omega t}$$

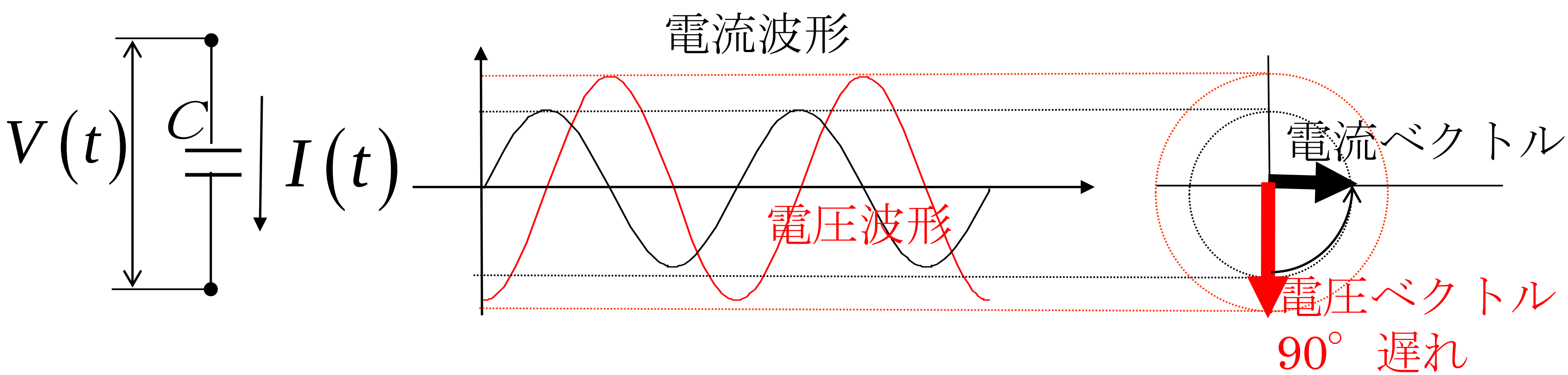


交流回路 –コンデンサー-

極板間の電圧　V と
流れ込む電流　I の関係

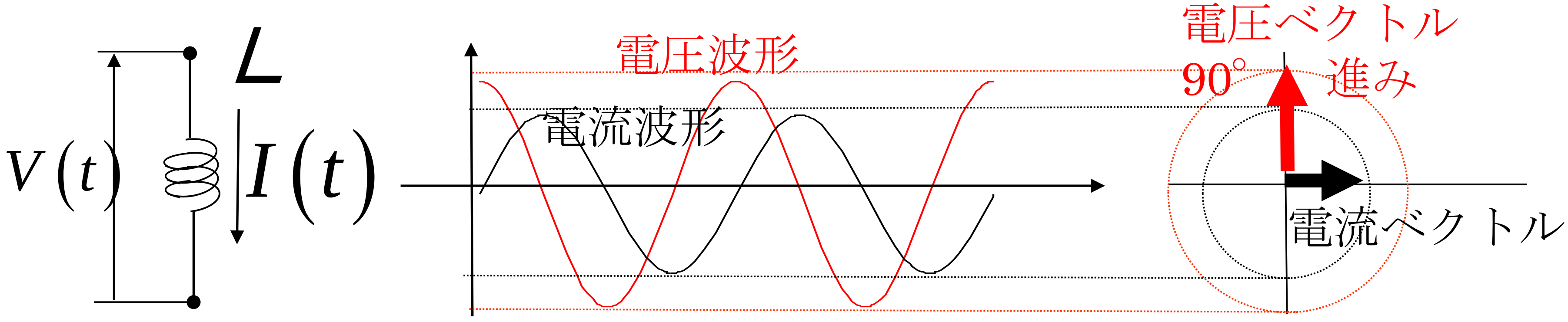
$$\boxed{V(t)=\frac{1}{C}Q(t)=\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t}I(t')\mathrm{d}t'}$$

$$\boxed{V(t)=\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t}I_0\sin\omega t'\,\mathrm{d}t'=-\frac{I_0}{\omega C}\cos\omega t+\cancel{V(t_0)}}$$



交流回路 –コイル-　$V(t) = L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

$$\boxed{V(t) = L\frac{d}{dt}\left(I_0 \sin \omega t\right) = \omega L I_0 \cos \omega t}$$



コンデンサー・コイルのリアクタンス

- 正弦波交流のとき、
- 「抵抗」に相当する電流と電圧の比
- 同じ素子でも振動数により変化する

コンデンサー:

$$\frac{1}{\omega C}$$

低い振動数の電流が流れにくい

コイル:

$$\omega L$$

高い振動数の電流が流れにくい

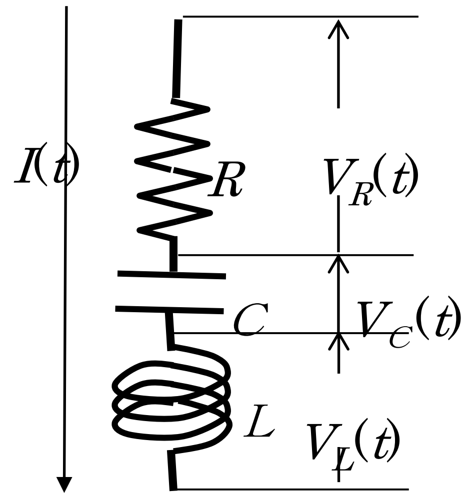
交流回路 –直列-

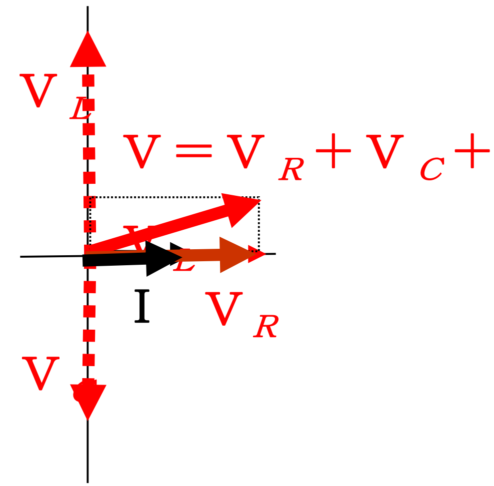
どの素子にも $I\left(t\right)=I_0\sin\omega t$

$$V_R=RI_0\sin\omega t$$

$$V_C=X_C I_0\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right),\quad X_C=\frac{1}{\omega C}$$

$$V_L=X_L I_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right),\quad X_L=\omega L$$



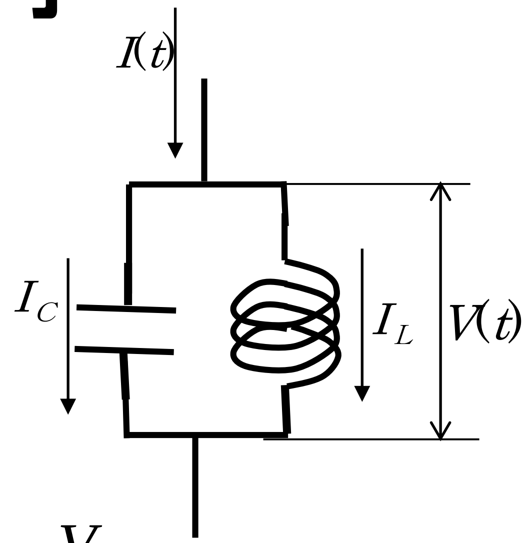


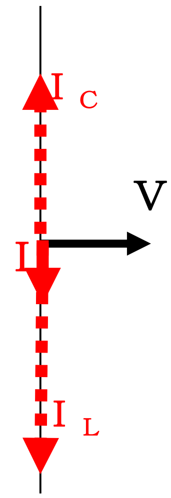
$$V\left(t\right)=V_R\left(t\right)+V_C\left(t\right)+V_L\left(t\right)=V_0\sin\left(\omega t+\theta\right)$$

$$V_0=I_0\sqrt{\left(X_L-X_C\right)^2+R^2}=I_0\sqrt{\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2+R^2}$$

$$\tan\theta=\frac{X_L-X_C}{R}=\frac{\omega L-\dfrac{1}{\omega C}}{R}$$

交流回路 –並列-





どの素子にも

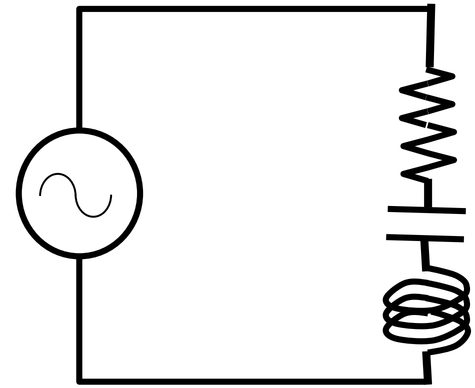
$$V(t) = V_0 \cos(\omega t) = V_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

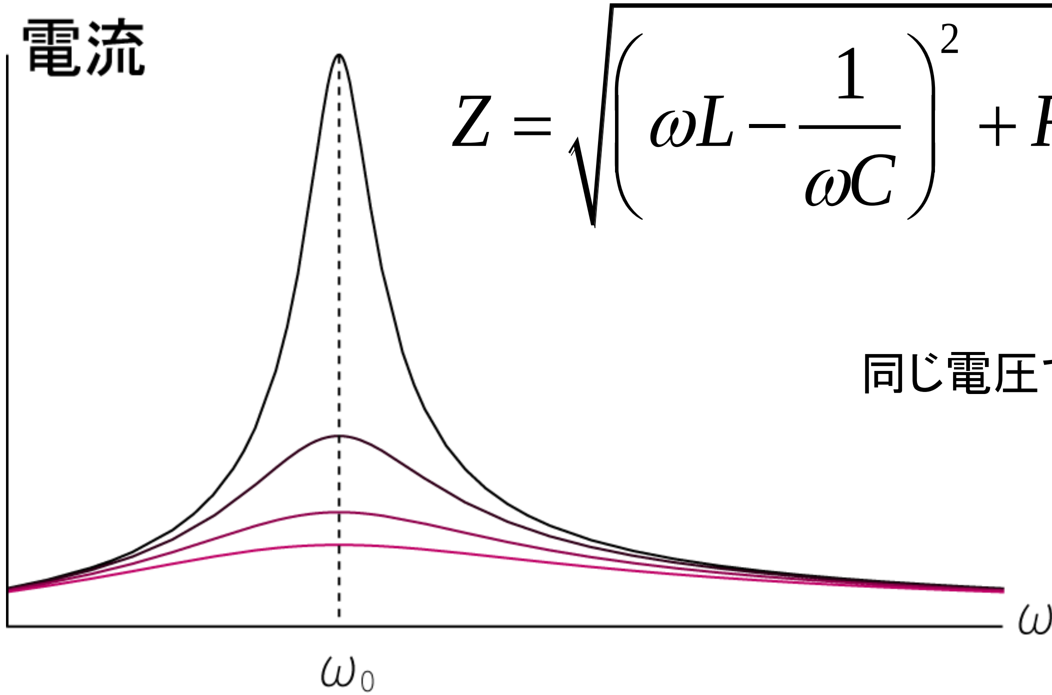
$$I_C = \frac{V_0}{X_C} \sin \omega t \quad \text{および} \quad I_L = \frac{V_0}{X_L} \sin(\omega t - \pi) = -\frac{V_0}{X_L} \sin \omega t$$

$$I = I_C + I_L = V_0 \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right) \sin \omega t$$

直列共振

インピーダンス　$V_0 = ZI_0$





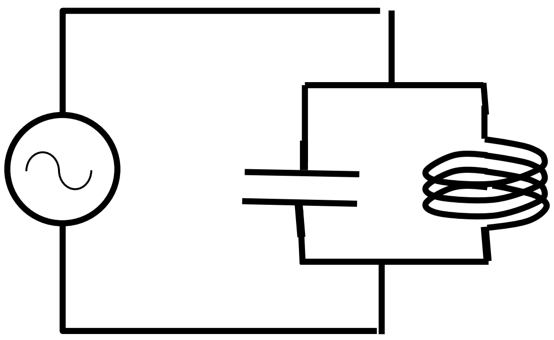
$$Z = \sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + R^2} = \sqrt{\left(\frac{LC\omega^2 - 1}{\omega C}\right)^2 + R^2}$$

同じ電圧で流れる電流が最大になる周波数

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \equiv \omega_0$$

並列共振

- インピーダンス



$$Z = \frac{1}{\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}} = \frac{1}{\omega C - \frac{1}{\omega L}} = \frac{\omega L}{\omega^2 LC - 1}$$

同じ電流で電圧が最大になる周波数

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \equiv \omega_0$$

交流電力　- 抵抗　-

抵抗に限らず

- 瞬時の電力

$$P(t) = I(t)V(t)$$

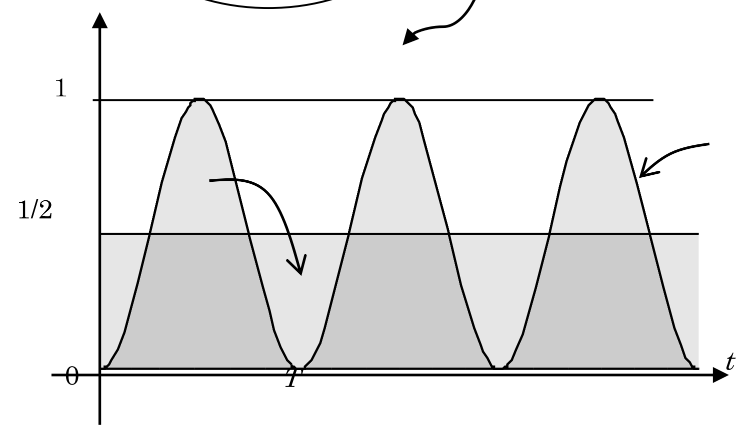
- 抵抗

$$V(t) = RI(t)$$

$$P = IV = RI^2 = RI_0^2 \sin^2 wt$$

- 時間平均した電力

$$\boxed{\langle P \rangle = \frac{U}{T} = \frac{RI_0^2}{2}}$$



交流電圧・電流の実効値

２乗平均電流・電圧

$$I_{\mathrm{rms}} = \sqrt{I_0^{\ 2}\frac{1}{T}\int_0^T \sin^2\omega t\,\mathrm{d}t} = \sqrt{I_0^{\ 2}\frac{1}{2}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

$$V_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V(t)^2 dt} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

$$\langle P\rangle = \frac{RI_0^{\ 2}}{2} = RI_{\mathrm{rms}}^2 = I_{\mathrm{rms}}V_{\mathrm{rms}}$$

抵抗で消費される交流電力と同じになる実効的な直流

交流電力 –コンデンサ･コイル-

電流と電圧が90度ずれる

コンデンサーの場合

$$I = I_0 \sin \omega t \qquad V = -\frac{I_0}{wC}\cos wt$$

$$P = IV = (I_0 \sin wt)\left(-\frac{I_0}{wC}\cos wt\right) = -\frac{I_0^2}{2wC}\sin 2wt$$

$$\boxed{\langle P \rangle = 0}$$

交流電力 –一般の回路-

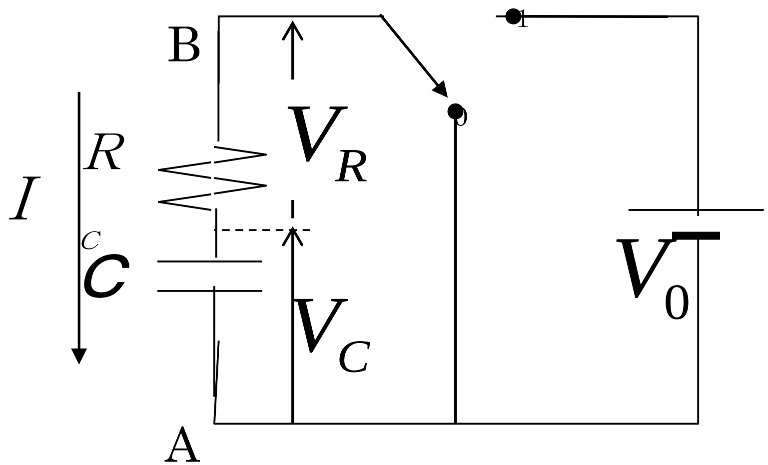
- 電力を消費するのは
  電流と電圧の位相が同じものだけ

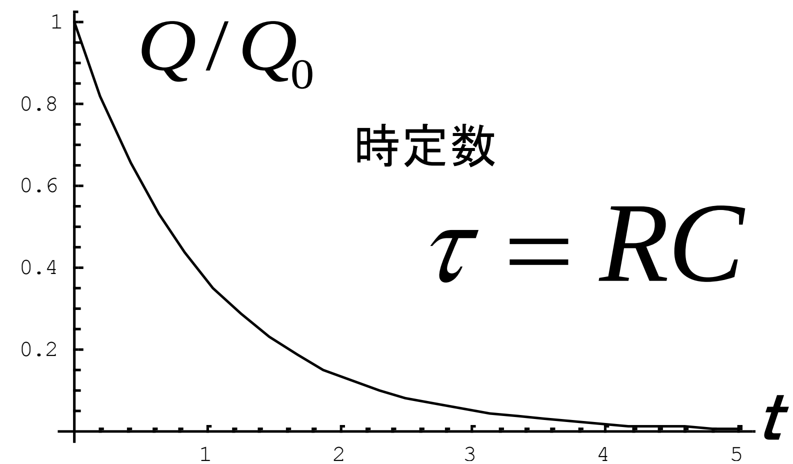
$$V = V_0 \sin\left(\omega t + \theta\right) = \left(V_0 \cos\theta\right)\sin\omega t + \left(V_0 \sin\theta\right)\cos\omega t$$

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T I_0 \left(V_0 \cos\theta\right)\sin^2 \omega t \, dt = \frac{I_0 V_0 \cos\theta}{2}$$

有効電力
無効電力:しかし電流は流れる

RC時定数回路の過渡的な振る舞い 蓄えられたエネルギーの放出





時定数

$$\tau = RC$$

$$V_R(t) + V_C(t) = V(t)$$

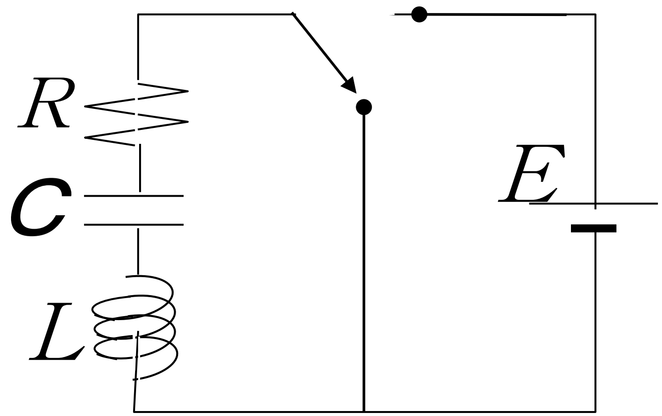
初期条件 $Q(0) = Q_0$

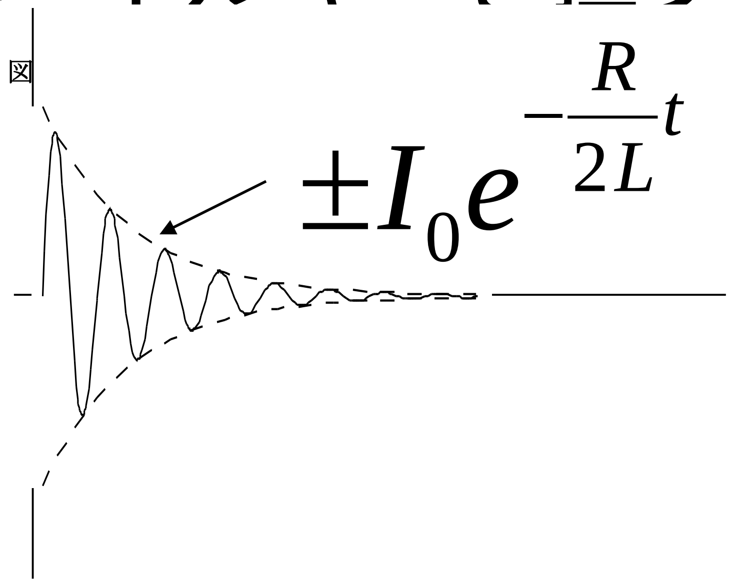
$$\boxed{R\frac{\mathrm{dQ}}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}Q = V(t)}$$

$$\boxed{Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}}$$

LCR共振回路の過渡的振る舞い

電場と磁場が交互にエネルギーを担う





$$\pm I_0 e^{-\frac{R}{2L}t}$$