1．電磁誘導

電気の流れが磁場をつくることが分かると（ビオ・サバール，アンペール），
多くの人が「磁場から電場を作れないか」と考えた.

ヘンリーやファラデーによって「誘導起電力」が発見されたのが 1830 年ごろだった.

ファラデーにより発表された「誘導起電力」は，二つの側面がある：
１．静磁場中でコイルを動かすと，コイルに起電力が生じる
２．静止したコイルを貫く磁場が変化すると，コイルに起電力が生じる

いずれも，「コイルを貫く磁束（後に学ぶ）の時間的な変化が起電力に等しい」と表される.
１は，すでに学んだローレンツ力から理解できる．しかし
２は，まったく新しい知見であった.

２が電磁誘導の法則として定式化され，これまで学んだ
・電場についてのガウスの法則
・磁場についてのガウスの法則
・アンペール・マクスウェルの法則
とあわせて，電磁気現象を記述する方程式群となる.

2. 磁場中で導体を動かす

既知のローレンツ力を用いて，磁場中でコイルを動かしたときの誘導起電力を理解しよう.
これは復習である.
●状況
- 磁束密度$\vec{B}$と直交する導線を，図のように，$\vec{B}$および自分自身を直交する向きに速度$\vec{v}$で動かす.
- 導線内の荷電粒子（金属なら電子だが，正電荷をもつ粒子が電流をになうとしても，この議論には影響しない）が，平均速度$\vec{v}$で導線とともに運動するので，ローレンツ力
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$
を受ける.
- 力を受けた荷電粒子は，導体中を移動する.
- 導体の電荷分布に偏りができると，静電場が発生して，クーロン力とローレンツ力がつりあって，荷電粒子の移動が止まる.

●「誘導起電力」の考え方
- 荷電粒子に加わるローレンツ力を「起電力V_{emf}が生じたため」と考えなおす.
  - 電池と同様に，起電力は電位差，電位差は電場の線積分
  - ローレンツ力を「誘導によって生じた電場$\vec{E}_{\mathrm{emf}}$のため」と考え直す
    - 事実上，電場$\vec{E}_{\mathrm{emf}}$は生じていないことに注意
    - この電場は$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = q\vec{E}_{\mathrm{emf}}$　とおいて，$\vec{E}_{\mathrm{emf}} = \vec{v} \times \vec{B},\quad E_{\mathrm{emf}} = vB$
  - *導線のどこにあって同じローレンツ力を受けるから，$\vec{E}_{\mathrm{emf}}$ も一定.*
  - 導線の長さL，起電力は $V_{\mathrm{emf}} = \int_L \vec{E}_{\mathrm{emf}} \cdot d\vec{r} = E_{\mathrm{emf}} \int_L dr = E_{emf} L = vBL$

ローレンツ力を電場に読み替えて，起電力を求めたが，電場が生じているわけではない.

しかし，この棒の両端に導線を接続して回路とすると，電流が流れる.

3. 磁束の時間変化と誘導起電力

前ページのスライドで見た起電力について，少し精密な式を導こう．

・　ひとつは，「静磁場中でコイルを動かしたときの起電力」という見方に適合する変更
・　ひとつは，起電力の符号の導入

である．

１．磁束密度を用いた標識

【コイルの形】

・　起電力により電流が流れる長方形のコイルを，右上図のように構成する
・　磁場中を動く部分は，右側の導体棒だけ．
・　他の部分は静止している．コイルは磁場と直交している．
・　コイルの面積が時間に比例して増える：面積$S(t) = L \times (vt)$

【起電力の大きさをコイルの面積を用いて書く】

・　$|\boldsymbol{V}_{\mathbf{emf}}| = vLB = \frac{d}{dt}(vt)LB = \frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{dt}}(\boldsymbol{BS})$

【磁束】

・　**コイルを貫く磁束**Φ= 磁束密度×コイルの面積の積：　$\Phi = B \times S$
・　コイルの面が曲面だったり，磁束密度と直交していない：　$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$

【起電力の大きさを磁束を用いて書く】

・　$|V_{\mathrm{emf}}| = \frac{d}{dt}(BS) = \frac{d}{dr}\,\Phi$

２．符号

【起電力の符号】

・　正の荷電粒子が受ける力は，手前に向かう（左図）
・　動く導体棒の両端に生じる起電力は手前が正（右図）

ここで

・　コイルを回る向きとして，**反時計回りを基準**にする（右図の**赤と逆**）
・　**起電力**は，基準の回転方向と逆向きなので，**負**

【磁束の時間的な変化の符号】

・　磁束密度ベクトル（青）$\vec{B}$の向きは，基準の回転方向に回る右ネジが進む向きに一致
・　コイルの面を表すベクトル(面積素片)$d\vec{S}$の向きは，　　　　　　〃
・　磁束＝磁束密度の面積分は正：$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} > 0$
・　導体棒が右に動くとき，Φ が増加：$\frac{d}{dt}\Phi > 0$

【起電力の符号付きの式】

$$V_{\mathrm{emf}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

【磁束の単位】

Wb(ウェーバー)　＝T m^2

4. レンツの法則（自然界の安定性）

前スライドでは

$$V_{\mathrm{emf}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

の負号は,

- コイルを回る基準の向きを決め
- 右ネジの法則で面の向きを決め

それにあわせて諸量の正負を決めた結果として説明した.

【レンツの法則】
この負号を, 「自然界の安定性を表現するための負号」として理解する.

コイルを貫く磁束は下から上であり, コイルの面積が広がると, 増加する.

起電力によって生じた電流は, 導線の周囲に磁束密度 B’を発生させる（図）.

この磁束密度はコイルを「上から下へ」貫くので, コイルの拡大にともなう磁束の増加を妨げる.

もしかりに,

$$V_{\mathrm{emf}} = +\frac{d\Phi}{dt}$$

だったとすると, 起電力による電流がさらにコイルを貫く磁束を増やし,
起電力をさらに増加させ, とどめなく電流が流れる.

これは自然界の安定性に反する.

5. 電磁誘導の法則

時間的に変化する磁場と誘導起電力（新たな発見）

静止したコイルを貫く**磁束が時間的に変化**すると，コイルに起電力が生じる現象は，ローレンツ力では説明できない.

この現象を定式化したものがファラデーの**電磁誘導の法則**である.

【現象】

たとえば，図のように，下にあるコイルの電流をスイッチで ON/OFF したときに，上にあるコイルに接続した電圧計の針が動く.

上のコイルを通過する磁束が時間的に変化するとき，コイルに誘導起電力が発生する.

その起電力と磁束の関係は，前のスライドの場合と全く同じ式で表される.

$$V_{\mathrm{emf}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

【誘導電場】

- コイルに発生する誘導起電力は，コイルを 1 周する径路にそって周回積分した誘導電場である：

$$V_{\mathrm{emf}} = \oint_C \vec{E} \cdot \boldsymbol{d\vec{r}}$$

- 上のコイルの位置，形を変えれば，それに応じて大きさが違う誘導起電力が発生する.
- コイルの有無に関係なく，**磁束密度が時間的変化する位置には誘導電場**が発生している，と考える

【電磁誘導の法則】

誘導電場と磁束密度の時間的変化の関係：

$$\oint_C \vec{E} \cdot \boldsymbol{d\vec{r}} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B} \cdot \boldsymbol{d}\vec{S} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \boldsymbol{d}\vec{S}$$

これは，空間の電気的性質と磁気的性質を結ぶ法則として基本的なものとなる.

- 磁束密度の時間的な変化は，付近の電流の時間的な変化によって生じる
- そのとき，磁束密度が変化しているその場所で，電場が生じている
- 誘導電場は，周回積分すると（誘導起電力になるから）0 ではない.
  - 電荷分布がつくる静電場は，周回積分すると 0 になった
  - 静電場とは種類の違う電場である
    - 静止している電荷が力を受けるという意味で電場

6. 渦電流

誘導による起電力の発生（ローレンツ力，電磁誘導の法則）は，幅広い技術的な応用がある：

- ● 発電機
- ● ハードディスクの信号読み取り装置（一世代前）
- ● ノイズフィルター
- ● 電圧変換トランス
- ● コードレス充電
- ● 非接触 IC カード
- ◎ 自販機の投入コイン選別
- ◎ IH クッキング，工業用の加熱装置（IH は誘導加熱の英語，インダクション・ヒーティングの頭文字）
- ◎ 電力量計（電気料金の課金につかうメータ）
- ◎ 金属材料の傷の探査

●の例は，コイルが不可欠の部品であり，コイルの誘導起電力を学ぶことで動作が理解できる.
◎の例では，コイルを使わない.

電磁誘導により，導体の板やブロックに渦状の電流（**渦電流**，エディカレント）が流れる現象を利用する.

【渦電流の舞台】

- 左図，金属板を貫く磁場が中央で大きく周囲で小さい→**不均一な磁場**．**時間変動する磁場**
- **導体**は銅やアルミなど，**強磁性体ではない材料**でできている．磁場の様子はあまり変化しない.

【方式】

- 不均一なBのもとで，磁力線を通過させた**金属を動かす**
  - ・・ ローレンツ力で理解する.
- **金属を固定**し，磁石などを移動する．あるいは B を時間的に変動
  - ・・ ファラデーの電磁誘導の法則で理解する

【現象】

- 誘導起電力が発生し，渦状の電流が流れる.
- 電流の様子は，B の空間的な変化や，金属の電気抵抗の空間的な変化により異なる（設計する）
- 渦電流がながれると
  - ・・ 金属の**抵抗で熱**が発生する
    - ・・・ IH 調理器，工業用加熱，
  - ・・ **渦電流が磁場**を発生する
    - ・・・ 発生した磁場を探知する：探傷装置
    - ・・・ 渦電流がつくる「電磁石」が外部磁場により力を受ける：コイン選別，電力量計

7. コイルの性質を表す量「インダクタンス」

コイルの**インダクタンス**

- 電磁誘導に関するコイルの性能を定量的に表す

コイルを貫く磁束を

- 別のコイルがつくる磁場
- 自分がつくる磁場

に分けて考える.

【別のコイルがつくる磁場による誘導起電力】

- コイル１に電流 I_1 を流すと磁場が発生
- その磁場がコイル２を貫く磁束Φ_{21}をつくる
- Φ_{21}は I_1に比例する ： $\boxed{\Phi_{21} = M_{21} I_1}$
- コイル１の電流が変動する
- コイル２を貫く磁束が変動する
- コイル２に起電力が生じる： $\boxed{V_{\mathrm{emf},2} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}}$
- M_{21}をコイル 1 と 2 の**相互インダクタンス**という.

【自分がつくる磁場による誘導起電力】

- コイルに電流Iを流すと磁場が発生
- その磁場が，そのコイルを貫く磁束Φをつくる
- Φは I 　に比例する ： $\boxed{\Phi = LI}$
- 電流が変動する
- 磁束が変動する
- コイルに起電力が生じる： $\boxed{V_{\mathrm{emf}} = -L \frac{dI}{dt}}$
- Lをコイルの**自己インダクタンス**という.

8.　N 回巻コイルの自己インダクタンス

N 回巻コイルの自己インダクタンス

1 回巻コイル の自己インダクタンスを$\tilde{L}$とする.

1 回巻コイルを貫く磁束：$\tilde{\Phi} = \tilde{L} I$

〃　 に生じる起電力：　$\tilde{V}_{\mathrm{emf}} = -\frac{d\tilde{\Phi}}{dt} = -\tilde{L}\frac{dI}{dt}$

N 回巻コイルは，1 回巻コイルを直列につなげたもの

- 磁束：　各 1 回巻が発生する磁束の N 倍
  - ∵　電流と磁場の関係（アンペール，ビオサバール）は線形
- １回巻コイルに生じる起電力は N 倍
- N 回巻コイルに生じる起電力は，その N 倍

よって

$$V_{\mathrm{emf}} = N^2\,\tilde{V}_{\mathrm{emf}} = -N^2\tilde{L}\frac{dI}{dt}$$

9. ソレノイドコイルの自己インダクタンス

十分に細長い中空のソレノイドコイル

長さℓ，断面積S，巻き数N， 単位長さあたりの巻き数 $n = N/\ell$

に電流Iを流すとき

- 内部の磁束密度 $B = \mu_0 nI$
- コイルを貫く磁束 $\Phi = BS = \mu_0 nIS = \mu_0 n\ell IS/\ell = \mu_0 NIS/\ell$
- ソレノイドコイルの起電力 ＝1 巻きに生じる起電力×巻き数

$$V_{\mathrm{emf}} = -\frac{d\Phi}{dt} \times N = -\mu_0 \frac{S}{\ell} N^2 \frac{dI}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

- **ソレノイドコイルの自己インダクタンス**L

$$L = \mu_0 \frac{S}{\ell} N^2$$

【インダクタンスの単位】

H(ヘンリー)

電流の時間的変化の割合が 1A/ s のとき 起電力1V が生じるコイルのインダクタンスを 1H (ヘンリー)と呼ぶ.

$\Phi = LI$より， H ＝ Wb/A でもある.

【真空の透磁率の単位】

- ソレノイドコイルの自己インダクタンスの式 $L = \mu_0 \frac{S}{\ell} N^2$ より

$$\mu_0 = L\frac{\ell}{S}\frac{1}{N^2} \rightarrow \qquad [\mu_0] = [L]\frac{[\ell]}{[S]}\frac{1}{[N]^2}$$ *右辺の単位と比較すると*

μ_0*の単位は* H/m

10. 回路に組み込まれたコイルの動作

多くの電気回路にコイルが組み込まれる.

回路中の抵抗やコンデンサーは，応答の仕方（流れる電流と加える電圧の関係）で動作の特徴を示す.

たとえば，

- 抵抗Rは，$I=\frac{1}{R}V$ ，すなわち電流と電圧が比例する.
- コンデンサーCは，$Q=VC$より，$I=\frac{dQ}{dt}=C\frac{dV}{dt}$ ，電圧の時間微分と電流が比例する

このような立場でコイルの動作を見ると，

- コイルは導線だから，定常電流に対しては抵抗が無い.
- コイルに流れる電流Iが時間的に変動すると，誘導起電力が発生する：$V_{\mathrm{emf}}=-L\frac{dI}{dt}$
- もし，コイルにV_{emf}を打ち消す電圧Vを加えて

$$V+V_{\mathrm{emf}}=0\ \rightarrow\ V=-V_{\mathrm{emf}}$$

  となったとき，この電流が流れる.
- **コイルに加える電圧Vと，流れる電流Iの時間変化が比例**する. $\boxed{V=L\frac{dI}{dt}}$
  - 誘導起電力は，コイルに加える電圧と逆向きなので，**逆起電力**と呼ぶこともある.

11. ノイズフィルター

パソコンの電源ケーブルに図のような装置が挿入されているのを見たことがあるだろう.

【デジタル信号用ノイズフィルターを使う目的】
これは電源ケーブル（そして，その先の 100V の電灯線）を通して，
PC 内部の信号処理の際に生じる電流・電圧パルスが漏れ出して他の PC の動作に悪影響を与えたり
逆に外部から不要な信号が流入して誤動作が起きないようにするための装置である.
ノイズフィルター（雑音を濾過するもの）と呼ぶ.

【ノイズフィルターの原理】
・　電源のケーブル（導線）にコイルを挿入する（あるいは，それと同等の働きをするように，磁石に導線を巻き付ける）.

・　このコイルには，パルス電流の時間的な変化$\frac{dI}{dt}$に比例した逆起電力が生じるので，パルス電流が流れにくくなる.

　・・　高い振動数の電流に対する抵抗となる.（CPU のクロックは，たとえば 1GHz=10^9Hz）

　・・　直流（右図）や５０Hz（あるいは６０Hz）の交流（左および中図）では，電流の変動が遅いため，コイルはほとんど抵抗にならない.

ノイズフィルターはパソコン用だけでなく，広範囲の電子回路に利用される.
コイルとコンデンサを組み合わせて使う場合もあるし，コンデンサーだけを使う場合もある.

12. **コイルの巻き数と相互インダクタンス**

・　コイル１と２が，ともに１回巻きのときの相互インダクタンスを$\widetilde{M}_{21}$とする.

・　コイル１がN_1回巻きになると，コイル２を貫く磁束が N_1倍になる.

・　コイル２がN_2回巻きになると，起電力を直列にしてN_2倍になる.

・ N_1回巻きのコイル１とN_2回巻きのコイル２の相互インダクタンスは$N_1N_2\widetilde{M}_{21}$

$$V_{\mathrm{emf},\ 2} = -(N_1N_2)\widetilde{M}_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

この結論は，変圧器（トランス）の動作原理となる.

13 非接触 IC カード（Felica）

http://rfid.toppan-f.co.jp/felica/about.html

14 変圧器

変圧器（トランス）
====================余談====================================
エジソンが「電気を売る」ビジネスを始めたとき，直流方式を採用した.
これに対してテスラは，交流方式を主張して対立した.
交流を取り扱うには，数学が必要だが，エジソンはそれが苦手だった・・・とか.
テスラが交流方式を主張した一つの根拠は，

- 変圧器を用いると，ほとんど電力を失うことなく電圧を上げたり下げたりできる
- 高電圧で送電すると，電力の損失が少ない

ことだった.
エジソンは，直流を用いたビジネスを展開するため，さまざまな工作をした.
交流を用いた電気椅子をつくるために秘密の資金を提供し，
形の残虐さを交流のイメージ低下につなげるキャンペーンを張った
今日では，半導体を用いて，直流でもわずかな損失で，大電力の電圧を変換することができるので，直流送電も行われる.
===
変圧器は 2 つのコイルで構成する.

- 一つの円筒に２つのソレノイドコイルを巻く
- 図のように，枠組みに２つのコイルを巻く

などのスタイルがある.
交流電圧をV_1からV_2に変えるとき，前者を加えるコイルを 1 次側（N_1回巻き），後者を 2 次側（N_2回巻き）と呼ぶ.

- 1 次側に交流（で変動する）電流を流す
- 2 次側の起電力

$$V_2 = V_{\mathrm{emf,\ 2}} = -(N_1 N_2)\widetilde{M}_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

- 1 次側に加える交流電圧は，１次側の逆起電力を打ち消すものだから

$$V_1 = N_1^2 \tilde{L}_1 \frac{dI_1}{dt}$$

この式を上式と連立し，

- 1 次側と 2 次側の電圧はの関係は

$$V_2 = -\frac{N_2}{N_1}\frac{\widetilde{M}_{21}}{\tilde{L}_1}V_1 \to \ \frac{V_2}{V_1} = \left(-\frac{\widetilde{M}_{21}}{\tilde{L}_1}\right)\frac{N_2}{N_1}$$

電圧の比$\frac{V_2}{V_1}$ と　巻き数の比$\frac{N_2}{N_1}$　が比例する

- コイル１とコイル２の形と位置が完全に重なるとき
  - ・　コイル１の一巻き　と　コイル２の一巻き　が同一
  - ・　相互インダクタンス＝自己インダクタンス

$$\frac{\tilde{M}_{21}}{\tilde{L}_1} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{V_2}{V_1} = -\frac{N_2}{N_1}$$

- ・　「コイル１がつくる磁束が漏れなくコイル２を貫く」と読み替える

・　コイル１がつくる磁束が漏れなくコイル２を貫く

- ・　２つのコイルを巻く枠組みを強磁性体でつくる

・　枠組みで渦電流が流れ，熱が発生し，電力の損失がある

・　枠組みの強磁性体が重たい

15　コイルに蓄えられたエネルギー

最初に電流が流れていないコイルに，電流を流す（電流を増やしていく）には，

・　誘導起電力に打ち勝って電圧を加える

・　電力（パワー）を必要とする

電流が流れているコイルは電気的なエネルギーを蓄積している

・　電気的エネルギーは，磁場（空間の磁気的な歪み）のエネルギーと見なせる

・　磁場のエネルギー密度を推定できる

【コイルに蓄えられる電気的エネルギー】

・　電流を増やしていくには

・・　$\frac{dI}{dt}$ に比例した電圧を加えて逆起電力を打ち消す：　$V = L\frac{dI}{dt}$

・・　電力：$P = VI$

・　電流I_0が流れるコイルに蓄えられたエネルギー U

・・　電力Pを時間で積分する.

・・　時刻$t = 0$に $I = 0$，時刻$t = t_0$に $I = I_0$

・・　$U = \int_{t=0}^{t_0} P(t)dt$

・・・　積分の変数を，時間から電流に変える

・・・　$U = \int_{t=0}^{t_0} P(t)dt = \int_{I=0}^{I_0} P(I)\frac{dt}{dI}\,dI$

・・・　$P(I) = VI = L\frac{dI}{dt}\,I$ を代入すると

・・・　$U = \int_{I=0}^{I_0} P(I)\frac{dt}{dI}\,dI = L\int_{I=0}^{I_0} I\,dI = \frac{1}{2}LI_0^2$

・　検算

・・　電流Iが流れる，自己インダクタンスＬのコイルに蓄えられたエネルギー　U

・・　Uが変化するとき，外部からエネルギーの流入出がある.

・・　その電力は　$P = dU/dt$

・・　電力の計算をするとき，時間tによる微分を，電流$I(t)$による微分に変えると

$$U(t) = U\left(I(t)\right) = \frac{1}{2}LI^2,\quad P = \frac{dU}{dt} = \frac{dI}{dt}\frac{dU}{dI} = \frac{dI}{dt}L\,I = VI$$

16. 磁場のエネルギー密度

コイルに蓄えられた電気的エネルギーを，磁場（という空間の性質）が蓄えたエネルギー　と考える.

細長いソレノイドコイルは磁場が均一なので，磁場のエネルギー密度を体積積分するのが簡単.

ソレノイドコイル：中空，単位長さあたり巻数n，断面積S，長さℓ
自己インダクタンス $L = \mu_0 n^2 \ell S$
エネルギー $U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 \ell S\, I^2$
磁束密度 $B = \mu_0 n I$

エネルギー密度 $\boxed{u = \frac{U}{\ell S} = \frac{1}{2\mu_0} B^2}$

磁場があるとき，その位置の空間には$\frac{1}{2\mu_0} B^2$という密度でエネルギーがある.

これは，いわば空間の磁気的な歪み（緊張）である.

自然界には，怠け者の性質があり，緊張を嫌う.
- 磁場が弱まるように変化しようとする
  - ・ 電流の流れるコイルは，広がって磁場を弱めようとする（磁束が変わらずに面積が減る）
  - ・ 磁石の南北極は近づこうとする（磁場が存在する領域を小さくしようとする）

電場のエネルギー密度 $\frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$

と磁場のエネルギー密度 $\frac{1}{2\mu_0} B^2$

は，電場・磁場が時間的に変動するときも正しい式である.

両者の合計が，電磁場のエネルギー密度

$$u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

となる.

光（電磁場の振動が波として伝わるもの）に当たって温かいのは，
電場と磁場のエネルギーが，光の速さcで空間を伝わり
身体に吸収されるからである.

単位面積当たり，単位時間に受け取るエネルギーは cu となる