## Chapt. 02 電荷保存則

Q1　電荷保存則とは何か，簡潔に述べよ．

Q2　1 次元の電荷保存則は

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t}+\frac{\partial I}{\partial x}=0$$

と表されることを学んだ．ここで $\lambda(x,t)$は電荷の線密度，$I(x,t)$は電流である．「電流と電荷分布がともに時間的に変化しないとき」とは，電流の空間的変化がどのようになるときか，この式をもとに考えよ．

Q3　長さ$L$の棒状のアンテナ（ロッドアンテナという）に

$$I(x,t)=I_0 \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)\cos(\omega t), \qquad 0\le x\le L$$

という電流が流れている．$I_0$は電流の次元をもつ定数，ω は送信電波の角振動数である． 1 次元の電荷保存則から，アンテナの電荷密度$\lambda(x,t)$を計算せよ．ただし時刻 $t=0$ における電荷密度が$\lambda(x,0)=0$であるとする．答えが C/m という単位（電荷の線密度の次元）を持つかを確認せよ．

Q4. 面積 $S=10\ \mathrm{cm}^2$ を電流 $I=0.25\ \mathrm{A}$ が通過するという．電流は一様に広がっている．① 電流の向きと面の法線方向が一致するとき，電流密度$j$はどれだけか．② 電流の向きと面の法線方向のなす角が 45 度のとき，電流密度$j$はどれだけか．有効数字は 2 桁とする．

Q5. $(1,1,1)$と成分表示されるベクトルは，$xyz$軸のいずれからも同じ角度だけ傾いた方向を向く．

①$(1,1,1)$と同じ向きの単位ベクトル$\vec{n}$を成分で表せ．

②空間的に一様で時間的に一定の電流密度 $\vec{j}=j_0\,\vec{n}$がある．$j_0$は電流密度の単位をもつ定数である． $x$軸と垂直な面積$S_0$の面を通過する電流$I$を求めよ．

Q6(*) ① 3 次元空間のどの場所にも x 軸方向の一様な電流密度がある：$\vec{j}=j_0(1,0,0)$．この電流が xyz 軸と平行で長さ$L$の辺を持つ立方体を通過したとき内部の電荷が変化しないことを，面のベクトルを用いて計算せよ．

② 3 次元空間の原点から，どの向きにも等しく流れ出す電流密度がある：$\vec{j}=\frac{I_0}{4\pi r^2}\left(\frac{\vec{r}}{\mathrm{r}}\right)$．原点を中心とする半径$R$の球面を通過する電流を，面積分を用いて計算せよ（球面上の面積素片を表すベクトルを書くこと）．

Q7(*)　① $\vec{j}=j_0(\sin(kx),\ \cos(kz),\frac{t}{T})$について$\nabla\cdot\vec{\jmath}$を計算せよ．$t$は時間変数，$k,T$は定数．② $\vec{j}=\frac{I_0}{4\pi r^2}\left(\frac{\vec{r}}{\mathrm{r}}\right)$について$\nabla\cdot\vec{\jmath}$を計算せよ．ただし、$r=0$は除外。

Q8　銅でできた導線があり、電流を担う自由電子の数密度は $n\simeq\ 0.83\times10^{29}\ \mathrm{m}^{-3}$、それぞれの電荷は負の素電荷である．この導線に電流密度 $j=1\mathrm{A/cm}^2$が流れるとき、自由電子の平均の速さはどれほどか．有効数字 1 桁．